

Uniwersytet Warszawski  
Wydział Fizyki  
Obserwatorium Astronomiczne

*Izabela Kowalska-Leszczyńska*

*Nr albumu: 215871*

**Astrofizyczne zastosowania detekcji  
układów podwójnych obiektów  
zwartych w falach grawitacyjnych.**

*Rozprawa doktorska  
na kierunku Astronomia  
w zakresie astrofizyki teoretycznej*

Praca wykonana pod kierunkiem  
**prof. dra hab. Tomasza Bulika**  
(Obserwatorium Astronomiczne UW)

Warszawa, maj 2013



# Spis treści

<b>1. Wstęp</b> . . . . .	9
<b>2. Fale grawitacyjne i ich źródła.</b> . . . . .	11
2.1. Równania Einsteina. . . . .	11
2.1.1. Zlinearyzowane równania Einsteina. . . . .	12
2.2. Własności fal grawitacyjnych. . . . .	13
2.3. Źródła fal grawitacyjnych. . . . .	14
2.3.1. Źródła kosmologiczne . . . . .	14
2.3.2. Źródła astrofizyczne. . . . .	15
2.3.3. Emisja fal grawitacyjnych w układzie podwójnym. . . . .	19
<b>3. Detektory fal grawitacyjnych.</b> . . . . .	29
3.1. Detektory rezonansowe. . . . .	29
3.2. Detektory interferometryczne. . . . .	31
3.2.1. VIRGO/advVIRGO . . . . .	36
3.2.2. LIGO/advLIGO . . . . .	36
3.2.3. GEO600 . . . . .	37
3.2.4. KAGRA . . . . .	37
3.2.5. ET . . . . .	38
3.2.6. DECIGO . . . . .	39
3.2.7. LISA/eLISA/NGO . . . . .	40
<b>4. Ekscentryczność układów podwójnych obiektów zwartych</b> . . . . .	41
4.1. Model populacji układów podwójnych. . . . .	43
4.2. Ewolucja orbity. . . . .	46
4.3. Początkowe właściwości populacji. . . . .	46

4.4. Ekscentryczność w oknie czułości detektorów. . . . .	52
<b>5. Stochastyczne tło fal grawitacyjnych. . . . .</b>	<b>59</b>
5.1. Gwiazdy populacji III. . . . .	60
5.1.1. Model gwiazd. . . . .	61
5.1.2. Tło fal grawitacyjnych - wyprowadzenie. . . . .	63
5.1.3. Tło fal grawitacyjnych - wyniki . . . . .	64
5.2. Gwiazdy populacji I i II. . . . .	68
5.2.1. Model gwiazd . . . . .	68
5.2.2. Tło fal grawitacyjnych - wyprowadzenie. . . . .	71
5.2.3. Tło fal grawitacyjnych - wyniki. . . . .	73
<b>6. Wyznaczanie parametrów kosmologicznych i tempa formacji gwiazd. 79</b>	
6.1. Symulacja populacji obiektów zwartych. . . . .	80
6.1.1. Symulacja obserwacji. . . . .	84
6.1.2. Siatka modeli. . . . .	87
6.2. Wyniki. . . . .	90
6.3. Ocena dokładności wyznaczenia parametrów. . . . .	91
<b>7. Podsumowanie. . . . .</b>	<b>113</b>
<b>Dodatek A. Normalizacja tempa koalescencji. . . . .</b>	<b>117</b>

# Spis rysunków

2.1. Polaryzacja fal grawitacyjnych. . . . .	14
2.2. Sygnał pochodzący od zlewających się obiektów zwartych. . . . .	18
2.3. Układ podwójny obiektów zwartych. . . . .	20
2.4. Widmo - układ długo-żyjący. . . . .	27
2.5. Widmo - układ krótko-żyjący. . . . .	28
3.1. Mapa detektorów rezonansowych. . . . .	31
3.2. Schemat budowy interferometru. . . . .	32
3.3. Naziemne detektory interferometryczne - krzywe czułości. . . . .	34
3.4. Kosmiczne detektory interferometryczne - krzywe czułości. . . . .	35
3.5. ET - schemat konfiguracji. . . . .	39
4.1. Ewolucja ekscentryczności. . . . .	47
4.2. Parametry początkowe BNS. . . . .	48
4.3. Parametry początkowe NSBH. . . . .	49
4.4. Parametry początkowe BBH. . . . .	50
4.5. Rozkład ekscentryczności BNS. . . . .	53
4.6. Rozkład ekscentryczności NSNH. . . . .	54
4.7. Rozkład ekscentryczności BBH. . . . .	55
5.1. Początkowe parametry układów. . . . .	62
5.2. Tło fal grawitacyjnych - populacja III. . . . .	65
5.3. Tempo koalescencji. . . . .	72
5.4. Gęstość energii fal grawitacyjnych - składowe. . . . .	74
5.5. Tło fal grawitacyjnych - populacja I i II. . . . .	75
5.6. Tło fal grawitacyjnych - populacja I, II i III. . . . .	77

6.1. Histogram Mchirp danych wejściowych. . . . .	85
6.2. Tempo formacji gwiazd i tempo koalescencji. . . . .	86
6.3. Symulowane obserwacje. . . . .	87
6.4. SFR dla różnych wartości parametrów $c$ i $d$ . . . . .	93
6.5. SFR - wyniki symulacji. . . . .	94
6.6. Kosmologia - wyniki symulacji. . . . .	95
6.7. SFR - wyniki symulacji dla $N_1 = 10^3$ obserwacji. . . . .	96
6.8. SFR - wyniki symulacji dla $N_2 = 10^3$ obserwacji. . . . .	97
6.9. Kosmologia - wyniki symulacji dla $N_1 = 10^3$ obserwacji. . . . .	98
6.10. Kosmologia - wyniki symulacji dla $N_2 = 10^3$ obserwacji. . . . .	99
6.11. SFR - wyniki symulacji dla $N = 10^2$ obserwacji . . . . .	100
6.12. Kosmologia - wyniki symulacji dla $N = 10^2$ obserwacji . . . . .	101
6.13. SFR - wyniki symulacji dla $N = 10^4$ obserwacji . . . . .	102
6.14. Kosmologia - wyniki symulacji dla $N = 10^4$ obserwacji . . . . .	103
6.15. SFR - ocena dokładności - $N = 10^3$ obserwacji. . . . .	104
6.16. Kosmologia - ocena dokładności - $N = 10^3$ obserwacji. . . . .	105
6.17. SFR - ocena dokładności - $N = 10^2$ obserwacji. . . . .	106
6.18. SFR - ocena dokładności - $N = 10^4$ obserwacji. . . . .	107
6.19. Kosmologia - ocena dokładności - $N = 10^2$ obserwacji. . . . .	110
6.20. Kosmologia - ocena dokładności - $N = 10^4$ obserwacji. . . . .	111
6.21. Ocena dokładności w funkcji liczby obserwacji. . . . .	112

# Spis tablic

4.1. Lista modeli. . . . .	44
4.2. Statystyczne parametry populacji. . . . .	45
4.3. Udział układów o dużej ekscentryczności. . . . .	56
4.4. Parametry dopasowania. . . . .	57
5.1. Lista modeli. . . . .	66
5.2. Liczba oczekiwanych koalescencji. . . . .	71
6.1. Wyznaczone przedziały ufności rozkładów parametrów. . . . .	108
A.1. Liczba rozważanych układów. . . . .	120





# 1. Wstęp

Nowoczesna astrofizyka rozwija się w bardzo szybkim tempie. Następuje lawinowy wzrost dostępnej mocy obliczeniowej, co pozwala na coraz bardziej skomplikowane symulacje numeryczne. Rozwój teoretycznej gałęzi astrofizyki jest też napędzany przez coraz dokładniejsze i lepsze obserwacje. Większość zjawisk obserwacyjnych możemy już wyjaśnić za pomocą naszych teorii i modeli. Cała współczesna astronomia nastawiona jest na zdobywanie coraz większej ilości informacji o obiektach, które już znamy. Jednocześnie znajdujemy się u progu epokowego wydarzenia jakim niewątpliwie będzie wykrycie fal grawitacyjnych. Promieniowanie grawitacyjne, wynikające z równań Ogólnej Teorii Względności (OTW), powinno wypełniać cały nasz Wszechświat. Fale te powstają wskutek zaburzenia samej czasoprzestrzeni. Będą zupełnie niezależnym źródłem informacji o znanych nam obiektach, a także mogą ujawnić zjawiska nieobserwowane do tej pory w paśmie elektromagnetycznym. Fale grawitacyjne bardzo słabo oddziałują z materią. Z jednej strony jest to wada, gdyż detekcja tego promieniowania jest trudnym zadaniem, które do tej pory nie zakończyło się sukcesem. Z drugiej zaś jest to ogromna zaleta, dzięki której fale docierają do nas w niemal niezmienionej formie. Pozwoli to na „zobaczenie” co dzieje się w wewnętrznych rejonach zapadających się gwiazd, w środku wybuchu supernowej, a może nawet zaobserwujemy fale powstałe tuż po Wielkim Wybuchu. Dodatkowo spodziewamy się szeregu zjawisk, których jeszcze nie znamy. Otworzenie okna grawitacyjnego stworzy zupełnie nowe możliwości i pozwoli sięgać dalej niż kiedykolwiek. Pierwsze obserwacje w nowym paśmie fal elektromagnetycznych zawsze owocowały w lawinę nowych odkryć. Tak też będzie w przypadku fal grawitacyjnych.

Czekając na pierwszą detekcję, środowisko astrofizyczne opracowuje algorytmy, które pozwolą nie tylko na efektywne odkrywanie fal grawitacyjnych, ale też na wyznaczanie parametrów fizycznych źródeł. Głównym obiektem zainteresowań niniejszej pracy są układy podwójne obiektów zwartych jako źródła fal grawitacyjnych. Spodziewamy się, że będą one jednym z najlepszych i najsilniejszych źródeł promieniowania grawitacyjnego. Praca porusza dwa zagadnienia związane z tą klasą obiektów. Pierwszym z nich jest problem ekscentryczności orbity układów podwójnych oraz jej wpływ na obserwowany sygnał. W rozdziale 4 analizujemy rozkład ekscentryczności, aby sprawdzić z jak dużym efektem mamy do czynienia. Następnie, w rozdziale 5

pokazujemy wyniki obliczeń stochastycznego tła fal grawitacyjnych pochodzącego od dużej próbki układów podwójnych. Wyniki przedstawione są dla środowisk o różnych metalicznościach oraz uwzględniają wpływ spłaszczenia orbity. Drugim zagadnieniem jest możliwość wykorzystania przyszłych obserwacji fal grawitacyjnych do odtworzenia parametrów kosmologicznych bądź własności samej populacji gwiazdowej (tempo formacji gwiazd, rozkład mas). W rozdziale 6 zakładamy, że mamy do dyspozycji pewną liczbę obserwowanych układów podwójnych, dla których znane są masy, położenie na niebie oraz parametry orbity. Dodatkowo musimy ustalić kosmologię oraz tempo formacji gwiazd, które doprowadziły do powstania właśnie takich obserwacji. Następnie próbujemy odtworzyć parametry kosmologiczne lub kształt funkcji tempa formacji gwiazd. Tworzymy siatkę modeli, która próbuje przestrzeń poszukiwanych parametrów. Następnie metodą największej wiarygodności wybieramy model, którego parametry najlepiej pasują do obserwacji.

## 2. Fale grawitacyjne i ich źródła.

### 2.1. Równania Einsteina.

Na początku XX wieku Albert Einstein opublikował serię przełomowych prac dotyczących czasu i przestrzeni. Postulował on, że byty te nie są od siebie niezależne (jak to ma miejsce w fizyce newtonowskiej), ale tworzą wspólnie strukturę zwaną dziś czasoprzestrzenią. W ramach tych rozważań powstała STW (Szczególna Teoria Względności), za pomocą której możemy opisywać ruch obiektów w czterowymiarowej przestrzeni. Z matematycznego punktu widzenia czasoprzestrzeń mogła być dowolnie zakrzywiona, co widoczne jest w postaci metryki.

W swych pracach dotyczących natury grawitacji (Einstein 1916) Einstein utożsamiał ją z ową krzywizną czasoprzestrzeni. Z jednej strony obecność masy i energii zakrzywiała czasoprzestrzeń, z drugiej zaś to zakrzywienie wpływało na sposób w jaki poruszają się masywne cząstki. Swoją teorię, którą dziś nazywamy OTW (Ogólna Teoria Względności), Einstein wyraził w postaci eleganckiego i na pozór prostego wzoru:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R = 8\pi T_{\alpha\beta}, \quad (2.1)$$

gdzie  $R_{\alpha\beta}$  jest tensorem Ricciego,  $R$  jest skalarem Ricciego,  $g_{\alpha\beta}$  opisuje metrykę czasoprzestrzeni, a  $T_{\alpha\beta}$  jest tensorem energii-pędu. Równanie zapisane jest w jednostkach geometrycznych, w których stała grawitacji oraz prędkość światła są tożsamościowo równe 1.

Lewa strona równania opisuje krzywiznę czasoprzestrzeni, podczas gdy prawa odpowiada za opis źródeł masy i energii. W ogólnym przypadku jest to układ dziesięciu nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych, które nie mają analitycznego rozwiązania. Tylko sześć z tych równań jest od siebie niezależnych ze względu na swobodę wyboru układu współrzędnych. Do wykonania niezbędnych obliczeń używa się skomplikowanego aparatu matematycznego jakim jest geometria różniczkowa. Każde zagadnienie w OTW wymaga więc oddzielnego podejścia i szeregu założeń, które upraszczają równania Einsteina.

### 2.1.1. Zlinearyzowane równania Einsteina.

W niniejszej sekcji przeanalizujemy niewielkie zaburzenie czasoprzestrzeni generowane przez słabe, nierelatywistyczne źródło. Dodatkowo opis metryki będzie obejmował obszar znacznie oddalony od źródła, gdzie pole grawitacyjne jest bardzo słabe. W takich warunkach możemy zapisać metrykę jako sumę płaskiej metryki oraz niewielkiego zaburzenia:

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}, \quad (2.2)$$

gdzie  $h_{\alpha\beta}$  jest owym małym zaburzeniem, a

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

jest metryką Minkowskiego.

Lewą stronę równania 2.1 obliczamy z dokładnością do wyrazów liniowych. Dodatkowe założenie mówiące, że w źródle nie występują prędkości relatywistyczne, prowadzi do stwierdzenia, że dominującą składową tensora energii-pędu będzie ta związana z masą spoczynkową. Ostatnia operacja jaką należy wykonać jest wybór cechowania (wygodnego układu współrzędnych), który ograniczy liczbę stopni swobody naszego układu. Najwygodniejsze wydaje się cechowanie Lorentza, które implikuje spełnienie przez zaburzenie metryki następującego warunku:

$$\frac{\partial h_{\alpha}^{\beta}(x)}{\partial x^{\beta}} - \frac{1}{2} \frac{\partial h_{\beta}^{\beta}(x)}{\partial x^{\alpha}} = 0. \quad (2.4)$$

Warunek 2.4 znacznie się upraszcza jeśli zamiast amplitudy  $h_{\alpha,\beta}$  wprowadzimy amplitudę z odwróconym śladem:

$$\bar{h}_{\alpha\beta} \equiv h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} h, \quad (2.5)$$

gdzie  $h = h_\gamma^\gamma$ . Wykorzystując taki wybór współrzędnych możemy zapisać zlinearyzowane równania Einsteina jako:

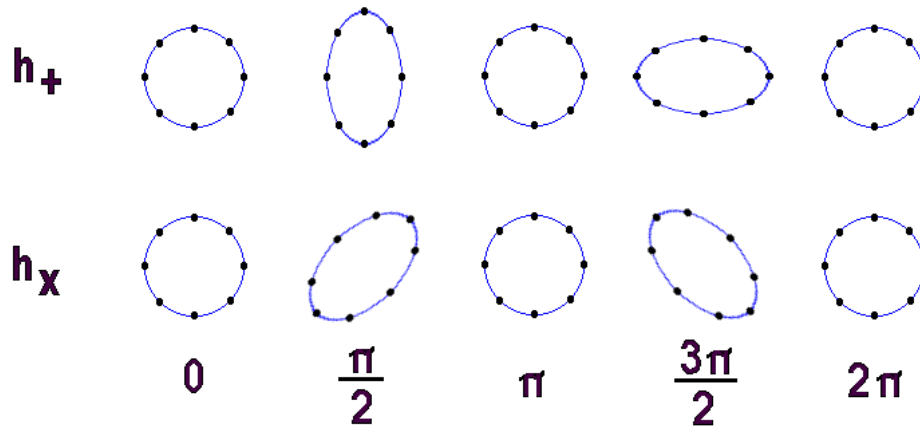
$$\square \bar{h}_{\alpha\beta} = -16\pi T_{\alpha\beta}, \quad (2.6)$$

gdzie  $\square = -\partial^2/\partial t^2 + \vec{\nabla}^2$  oznacza d'Alembertjan i jest dobrze znanym operatorem występującym w równaniach falowych. Taka postać równania Einsteina bardzo przypomina analogiczne równania falowe znane z elektromagnetyzmu. Ich rozwiązywanie jest standardowym problemem w fizyce. Z rozważań na temat rozwinięcia liniowego równań Einsteina bezpośrednio wynika równanie falowe, którego rozwiązaniem jest fala grawitacyjna. A zatem czysto teoretyczne przekształcenia pozwalają wierzyć, że fale grawitacyjne faktycznie powinny istnieć.

## 2.2. Własności fal grawitacyjnych.

Fale grawitacyjne to zaburzenia czasoprzestrzeni, które rozchodzą się z prędkością światła. Są falami poprzecznymi oraz posiadają dwie polaryzacje. W tym względzie bardzo przypominają fale elektromagnetyczne, choć występują między nimi znaczące różnice.

Rozwinięcie równań do wyrazów liniowych sprawia, że występuje liniowość ich rozwiązań. A zatem liniowa kombinacja zaburzeń metryki również będzie spełniała te uproszczone równania. Co za tym idzie, każde słabe zaburzenie metryki można zapisać jako liniową kombinację dwóch niezależnych polaryzacji. Często wymaga to jednak wybrania wygodnego układu współrzędnych lub dokonania pewnych przekształceń współrzędnych. Polaryzacje fal grawitacyjnych są obrócone względem siebie o  $45^\circ$  (w przypadku fal elektromagnetycznych polaryzacje różnią się o  $90^\circ$ ). Jedna z nich nazywana jest polaryzacją „+” (plus), a druga „x” (krzyż). Aby lepiej zobrazować jak wyglądają obie polaryzacje przeanalizujemy wpływ jaki będzie miała przechodząca spolaryzowana fala na masywne obiekty ułożone w pierścieniu. Sytuacja ta przedstawiona jest na rysunku 2.1. Kolejne obrazki pokazują sekwencję ruchów jaki wykonują masywne obiekty. Fala przychodzi z kierunku prostopadłego do płaszczyzny pierścienia. Efekt widoczny na rysunku jest mocno przesadzony, aby dobrze zobrazować zachodzące zjawisko. W rzeczywistości zmiany odległości wywołane przejściem fali



Rysunek 2.1: Dwie polaryzacje fal grawitacyjnych. Na górnej części polaryzacja „+”, a na dolnym polaryzacja „x”. Fala porusza się w płaszczyźnie prostopadłej do rysunku.

grawitacyjnej są rzędu ułamków rozmiarów protonu.

## 2.3. Źródła fal grawitacyjnych.

Aby powstała fala grawitacyjna potrzebne jest zaburzenie krzywizny czasoprzestrzeni. W praktyce jest to każde gwałtowne wydarzenie, które nie wykazuje symetrii osiowej. Druga pochodna momentu bezwładności obiektu musi być różna od zera. Okazuje się, że we Wszechświecie bardzo dużo zdarzeń ma właśnie taki charakter. W zależności od natury zjawiska powstające fale mogą mieć długość od kilku kilometrów aż po rozmiary porównywalne z widocznym Wszechświatem.

### 2.3.1. Źródła kosmologiczne

Najgwałtowniejszym wydarzeniem w historii Wszechświata był Wielki Wybuch. Wydaje się, że fale grawitacyjne będące echem tej wielkiej eksplozji powinny wypełniać przestrzeń (Qadir & Mufti 1980; Giovannini i in. 2002; Garcia-Bellido & Figueroa 2008; Beckwith 2009) tak, jak ma to miejsce w przypadku mikrofalowego promieniowania tła. Znalezienie tych fal będzie jednak niezwykle trudne ze względu na ich dużą długość oraz małą energię. Najprawdopodobniej tło pochodzące od Wielkiego

Wybuchu przykryte będzie w detektorach przez inne źródła fal bądź szumy instrumentalne. Kolejną epoką, która mogła postawić swój ślad w promieniowaniu grawitacyjnym to era inflacyjna (Ni 2012; Alabidi i in. 2012; Reyes i in. 2012b,a). Do tej pory niewiele wiemy o tym burzliwym okresie w historii Wszechświata. Jednak większość teorii przewiduje istnienie różnego rodzaju charakterystycznych zjawisk, które mogłyby być źródłem promieniowania grawitacyjnego. Znalezienie przewidywanych fal może doprowadzić do rozwiązania zagadek inflacji. Istnieje też cały szereg teoretycznych tworców, których istnienie można udowodnić obserwując fale grawitacyjne, których miałyby być źródłem. Przykładem może być poszukiwanie kosmicznych strun (Abbott i in. 2009a; Kleidis 2009; Cohen i in. 2010; Tang & Sumner 2012; Binétruy i in. 2012), zderzeń kosmicznych bąbli (Salem i in. 2013), ciemne promieniowanie, które mogłoby być produkowane przez rozpad ciężkich cząstek (Jinno i in. 2012), czy też przejścia fazowe we wczesnym Wszechświecie (Giblin i in. 2012).

### 2.3.2. Źródła astrofizyczne.

Do tej kategorii zaliczamy wszystkie te zjawiska, których źródłami są obiekty astrofizyczne, a więc gwiazdy na każdym etapie swojej ewolucji.

#### Wybuchy supernowych - grawitacyjny kolaps.

Końcową fazą ewolucji masywnych gwiazd (masa powinna być wyższa niż  $8 M_{\odot}$ ) jest grawitacyjne zapadanie żelaznego jądra. W efekcie powstaje gwiazda neutronowa lub czarna dziura. Samemu zapadaniu często towarzyszy tak zwany wybuch supernowej, który jest bardzo jasnym i gwałtownym zjawiskiem. Modele hydrodynamiczne zapadających się gwiazd sugerują, że zjawisko to może być niesymetryczne (Janka 2012; Ott i in. 2012). Obserwacje pozostałości po tego typu supernowych też pokazują, że nie był to wybuch sferycznie symetryczny. Są to warunki odpowiednie do produkcji fal grawitacyjnych (Müller i in. 2013). Efektywność zamiany energii wybuchu w energię fal grawitacyjnych jest jednak bardzo mała. Silnymi emiterami grawitacyjnymi mogłyby być wybuchy supernowych w naszej Galaktyce, ale te zdarzają się niezwykle rzadko. Średnio w naszej Galaktyce wybucha jedna supernowa na 50 lat. Zaletą supernowych jako źródeł fal grawitacyjnych jest to, że dane obserwacyjne napływają w paśmie fal elektromagnetycznych, a także obserwowany jest

strumień neutron. Pozwala to na lokalizację czasową i przestrzenną szukanego źródła fal grawitacyjnych. Same obserwacje tych fal byłyby niezwykle cenne dla zrozumienia procesów zachodzących podczas samego wybuchu. W pierwszych chwilach materia jest bowiem zbyt gęsta, aby jakiegokolwiek promieniowanie elektromagnetyczne mogło się wydostać. Jediną szansą na pozyskanie informacji o tych cennych momentach są właśnie fale grawitacyjne.

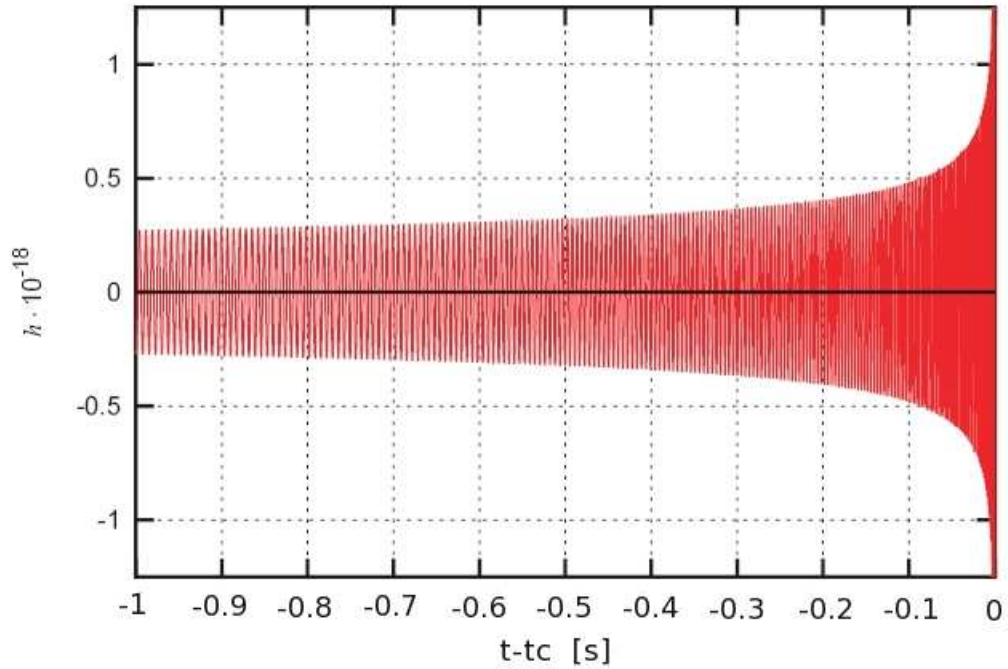
### **Rotujące gwiazdy neutronowe.**

Szczególnym typem gwiazd neutronowych są pulsary, czyli rotujące gwiazdy neutronowe o silnych polach magnetycznych. Swą nazwę zawdzięczają dodatkowemu promieniowaniu w zakresie fal radiowych, które wysyłane jest z okolic bieguna magnetycznego gwiazdy. Oś rotacji często nie pokrywa się z osią magnetyczną, co sprawia, że wiązki promieniowania radiowego zataczają w przestrzeni stożki oświetlając część otoczenia. Jeśli Ziemia znajdzie się wewnątrz takiego stożka, będą docierały do nas pulsary promieniowania radiowego w odstępach skorelowanych z prędkością rotacji pulsara. Gwiazdy neutronowe z natury są bardzo symetrycznymi obiektami. Nie można jednak wykluczyć istnienia na ich powierzchni pewnych niejednorodności, które pod wpływem rotacji gwiazdy byłyby źródłami fal grawitacyjnych (Ushomirsky i in. 2000). Ponadto istnieją cały szereg możliwych niestabilności występujących w gwiazdach neutronowych, które mogą powodować promieniowanie grawitacyjne (Lindblom i in. 1998; Cutler 2002; Andersson 2003; Andersson & Kokkotas 2001). Zaletą pulsarów, jako źródeł fal grawitacyjnych, jest to, że z dużą dokładnością znamy ich częstość rotacji. Emitowane fale w przybliżeniu kwadrupolowym będą miały częstość dwa razy większą. Znamy też ich pozycję na niebie, co dodatkowo ułatwia poszukiwania. Sygnał od wirującej gwiazdy neutronowej powinien mieć kształt regularnej sinusoidy o znanej częstości. Powstają też bardziej złożone modele uwzględniające więcej efektów (Jaranowski i in. 1998), co sprawia, że sygnał staje się nieco bardziej skomplikowany. Poza pojedynczymi, bliskimi obiektami powinno być obserwowane tło fal grawitacyjnych pochodzące od wielu odległych gwiazd neutronowych (Regimbau & de Freitas Pacheco 2001; Postnov & Prokhorov 1997; Rosado 2012).



## Układy podwójne obiektów zwartych.

Układy podwójne obiektów zwartych są najlepszym znanym kandydatem na źródło fal grawitacyjnych. Mają dużą asymetrię, co sprawia, że powstające fale są stosunkowo silne. Pod pojęciem obiektów zwartych rozumiemy białe karły, gwiazdy neutronowe i czarne dziury (choć w dalszych rozdziałach będziemy się ograniczać do gwiazd neutronowych i czarnych dziur). Wielokrotne układy gwiazdowe są bardzo powszechne we Wszechświecie. A zatem pozostałości po takich układach też powinno być dużo. Obserwacje elektromagnetyczne tych obiektów (zwłaszcza gwiazd neutronowych i czarnych dziur) są wciąż bardzo skromne. Jedyne znane układy mają w swym składzie pulsar. Gwiazdy neutronowe, a tym bardziej czarne dziury są bardzo słabo wykrywalne w pasmie elektromagnetycznym. Ze względu na nieliczny materiał obserwacyjny, mamy niewielką wiedzę na temat parametrów populacji obiektów zwartych. Możemy jedynie zakładać jak wygląda ich widmo mas czy rozkład przestrzenny. Dlatego szukanie fal grawitacyjnych z tych źródeł jest trudniejsze. Nie znamy położenia na niebie ani konkretnej częstości. Dodatkowym utrudnieniem jest fakt, że w falach elektromagnetycznych mamy do czynienia z zupełnie innymi efektami selekcji obserwacyjnej niż będzie to miało miejsce przy falach grawitacyjnych (Gondek-Rosińska i in. 2005; Nutzman i in. 2004). Sygnał grawitacyjny od układu podwójnego można podzielić na trzy fazy. Pierwsza z nich to dość stabilna sinusoida, kiedy składniki układu są od siebie daleko. W miarę utraty energii na skutek emisji fal grawitacyjnych, obiekty krążą wokół siebie coraz szybciej po coraz mniejszych orbitach. Widać to w sygnale grawitacyjnym jako wzrost częstości i amplitudy. Ta faza trwa aż do momentu, w którym zostanie osiągnięta tak zwana ostatnia marginalnie stabilna orbita kołowa (ISCO). W pewnym momencie dochodzi do fizycznego kontaktu obu składników. Wkraczamy w drugą fazę, kiedy ważne stają się siły pływowe, zniekształcenia powierzchni gwiazd i mieszanie się materii obu składników. Tu sygnał jest nieregularny, a jego przebieg należy liczyć za pomocą kodów hydrodynamicznych rozwiązujących pełne równania Einsteina. Koniec tej fazy następuje, gdy połączone składniki wpadają pod wspólny horyzont zdarzeń. Ostatnią fazą jest uspokojenie się powstałego obiektu. Zwykle jest to czarna dziura, która jeszcze przez jakiś czas wykonuje charakterystyczne drgania. Ostatnie sekundy życia układu podwójnego obiektów zwartych pokazuje rysunek 2.2.



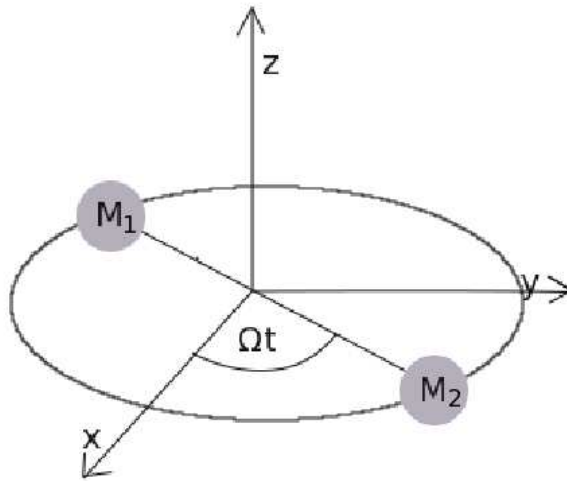
Rysunek 2.2: Sygnał fal grawitacyjnych jaki jest emitowany przez dwa zlewające się obiekty zwarte. Na wykresie pokazano ostatnią sekundę życia układu dwóch gwiazd neutronowych o masach  $M_1 = M_2 = 1.4 M_\odot$ . Widoczny jest charakterystyczny wzrost częstości oraz amplitudy sygnału. Kształt pierwszej fazy sygnału (wzrost amplitudy i częstości) przypomina gwizd czy też ćwierk, stąd jego angielska nazwa „chirp”.

## **Błyski gamma.**

Błyski gamma po raz pierwszy zostały wykryte w latach 60 XX wieku przez wojskowe satelity poszukujące śladów prób jądrowych w kosmosie. Zjawisko to jest silnym i krótkotrwałym błyskiem promieniowania gamma. Po głównym błysku często obserwowana jest poświata, która jest widoczna niemal w całym zakresie widma elektromagnetycznego nawet przez kilka dni. Błyski gamma są powodowane przez jedne z najpotężniejszych eksplozji jakie mają miejsce we Wszechświecie. Rozkład obserwowanych błysków jest jednorodny, co wskazuje na ich pozagalaktyczne pochodzenie. Dzięki obserwacjom spektroskopowym możemy wyznaczyć przesunięcie ku czerwieni zjawiska, które było przyczyną wybuchu. Przez wiele lat nie było dobrego modelu teoretycznego, który tłumaczyłby uwolnienie energii rzędu  $10^{44}$  J. Kolejne misje kosmiczne dedykowane obserwacjom błysków gamma (Gehrels & Razzaque 2013) dostarczyły statystycznych informacji dotyczących czasu trwania zjawisk. Rozkład okazał się bimodalny. Obecnie dzieli się błyski gamma na krótkie (czas trwania poniżej 2s) oraz długie (czas trwania od 2s do kilku minut). Inne są też mechanizmy powstawania tych dwóch grup błysków. Uważa się, że krótkie błyski gamma są wynikiem zlania się dwóch gwiazd neutronowych bądź czarnej dziury z gwiazdą neutronową (Giacomazzo i in. 2013). Większość krótkich błysków została zlokalizowana w rejonach, gdzie nie ma widocznej aktywności gwiazdotwórczej, co sugeruje, że przyczyna nie mogą być wybuchy supernowych. Długie błyski gamma utożsamiane są z tak zwanymi kolapsarami - bardzo masywnymi gwiazdami, które zapadają się pod wpływem grawitacji (Hjorth & Bloom 2012). Większość z nich została zlokalizowana w obszarach silnej aktywności gwiazdotwórczej, co dodatkowo potwierdza tę hipotezę. Oba scenariusze implikują emisję fal grawitacyjnych. W tym przypadku znamy przedział czasowy zjawiska, jego położenie na niebie, a najczęściej też przesunięcie ku czerwieni.

### **2.3.3. Emisja fal grawitacyjnych w układzie podwójnym.**

Jednym z najsilniejszych źródeł fal grawitacyjnych będą układy podwójne obiektów zwartych. Ponadto istnieją silne przesłanki sprawiające, że są niemal pewnymi kandydatami na emitery grawitacyjne. Analiza ruchu orbitalnego słynnego już pulsara PSR B1913+16 (Weisberg & Taylor 2005) wskazuje, że mamy do czynienia z



Rysunek 2.3: Schemat układu podwójnego złożonego z dwóch obiektów zwartych o masach  $M_1$  i  $M_2$  poruszających się po kołowej orbicie wokół środka masy. Częstość orbitalna to  $\Omega$ , a odległość między składnikami wynosi  $a$ .

emisją fal grawitacyjnych w tym układzie. Kolejnym powodem, dla którego to właśnie układy podwójne stały się centralnym punktem naszych zainteresowań jest ich powszechność. Ponad połowa znanych nam gwiazd, które obserwujemy w naszej Galaktyce jest w układach wielokrotnych. A zatem możemy przypuszczać, że część z nich zakończy swoją ewolucję jako układy podwójne obiektów zwartych. Dopóki gwiazdy są od siebie na tyle daleko, że możemy traktować je jak punkty materialne, opis ruchu obu obiektów podlega znanym prawom Keplera. Dynamika takiego układu jest dobrze znana i możemy opisać ją za pomocą kilku równań analitycznych.

### Kołowa orbita

Rysunek 2.3 pokazuje schematyczne położenie składników układu podwójnego na orbicie wokół środka masy układu. Dla uproszczenia rozważymy orbitę kołową o promieniu  $R$  oraz równe masy składników  $M$ .

W biegunowym układzie współrzędnych możemy zapisać zależność każdej ze współrzędnej od czasu:

$$x_1(t) = a_1 \cos(\Omega t) \quad (2.7)$$

$$y_1(t) = a_1 \sin(\Omega t)$$

$$z_1(t) = 0$$

$$(2.8)$$

$$x_2(t) = -a_2 \cos(\Omega t)$$

$$y_2(t) = -a_2 \sin(\Omega t)$$

$$z_2(t) = 0$$

gdzie  $a_1 + a_2 = a$ ,  $a_1$  i  $a_2$  to odległości gwiazd od środka masy układu.

Moment kwadrupolowy masy w przybliżeniu nierelatywistycznych źródeł jest zdefiniowany jako następująca suma:

$$I_{ij} = \sum_A m_A \left[ x_i^A x_j^A - \frac{1}{3} \delta_{ij} (x^A)^2 \right], \quad (2.9)$$

gdzie  $m$  jest masą, a  $x_i$  definiuje współrzędną przestrzenną dla której wyznaczamy moment kwadrupolowy.

W tym momencie wygodniej jest przejść do układu, w którym opisujemy ruch za pomocą masy zredukowanej  $\mu$ . W takim przypadku spełniona będzie zależność:

$$M_1 a_1 = M_2 a_2 = \mu, \text{ gdzie } \mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}. \quad (2.10)$$

Wykorzystując równania 2.9 i 2.10 możemy zapisać wszystkie niezerowe składowe momentu kwadrupolowego:

$$I_{xx} = \frac{1}{2} \mu a^2 \cos(2\Omega t) + \frac{1}{2} \mu a^2 - \frac{1}{3} (M_1 a_1^2 + M_2 a_2^2) = \frac{1}{2} \mu a^2 \cos(2\Omega t) + C_{xx} \quad (2.11)$$

$$I_{yy} = -\frac{1}{2} \mu a^2 \cos(2\Omega t) + \frac{1}{2} \mu a^2 - \frac{1}{3} (M_1 a_1^2 + M_2 a_2^2) = -\frac{1}{2} \mu a^2 \cos(2\Omega t) + C_{yy}$$

$$I_{xy} = I^{yx} = \frac{1}{2} \mu a^2 \sin 2(\Omega t).$$

Wyrazy oznaczone jako  $C_{xx}$  i  $C_{yy}$  są niezależne od czasu, a zatem nie będą istotne w dalszej części analizy, gdzie używamy tylko pochodnych po czasie momentów kwadrupolowych.

Oczekiwana fala grawitacyjna jest zaburzeniem metryki czasoprzestrzeni wywołanym przez ruch składników układu podwójnego. W dużej odległości od nierelatywistycznego źródła, gdzie możemy stosować rozwiązania zlinearyzowanego równania Einsteina możemy zapisać:

$$\bar{h}^{ij}(t, \bar{x}) = \frac{2G}{r c^4} \ddot{I}_{ij}^{TT}(t - \frac{r}{c}), \quad (2.12)$$

gdzie  $G$  jest stałą grawitacyjną,  $c$  to prędkość światła w próżni,  $r$  to odległość źródła od obserwatora, a  $\ddot{I}_{ij}^{TT}(t - \frac{r}{c})$  jest drugą pochodną części poprzecznej bezśladowego momentu kwadrupolowego masy.

Uwzględnienie tylko składowej poprzecznej momentu kwadrupolowego masy wprowadzi do równań na współrzędną  $x$  dodatkowy człon kątowy odpowiedzialny za rzutowanie.

$$\begin{aligned} I_{xx}^{TT} &= \frac{1}{2} \mu a^2 \cos(2\Omega t) \cos^2(\alpha) + C_{xx} \\ I_{yy}^{TT} &= I_{yy} \\ I_{xy}^{TT} &= I_{yx}^{TT} = \frac{1}{2} \mu a^2 \sin 2(\Omega t) \sin(\alpha). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Drugie pochodne składowych tensora momentu bezwładności wyrażają się w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \ddot{I}_{xx}^{TT} &= -2\mu a^2 \Omega^2 \cos(2\Omega t) \cos^2(\alpha) \\ \ddot{I}_{yy}^{TT} &= 2\mu a^2 \Omega^2 \cos(2\Omega t) \\ \ddot{I}_{xy}^{TT} &= -2\mu a^2 \Omega^2 \sin(2\Omega t) \sin(\alpha). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dodatkowo skorzystamy z III prawa Keplera ( $G(M_1 + M_2) = \Omega^2 a^3$ ), aby wynik wyrazić za pomocą wielkości fizycznych układu, które będą mierzone. Ostatecznie amplituda fali grawitacyjnej mierzonej daleko od źródła wygląda w następujący sposób:

$$\overline{h^{ij}}(t, \vec{x}) = -\frac{4}{r} \frac{\Omega^{2/3}}{c^4} (GM_{chirp})^{5/3} \times \quad (2.15)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\Omega(t - \frac{r}{c})) \cos^2(\alpha) & \sin(2\Omega(t - \frac{r}{c})) \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(2\Omega(t - \frac{r}{c})) \sin(\alpha) & -\cos(2\Omega(t - \frac{r}{c})) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Amplituda powstałej fali ma charakter okresowy, czego się spodziewamy po źródle wykonującym ruchy okresowe. Zmienia się jednak charakterystyczna częstość, która w przypadku powstałej fali grawitacyjnej jest dwukrotnie większa niż częstość ruchu orbitalnego rozważanego układu podwójnego.

Enargia unoszona z układu poprzez fale grawitacyjne pochodzi z energii orbitalnej. Z prostej analizy wymiarowej wynika, że całkowita jasność w dziedzinie fal grawitacyjnych powinna być proporcjonalna do kwadratu trzeciej pochodnej momentu kwadrupolowego. Możemy zapisać zależność, której szczegółowe wyprowadzenie dostępne jest w książce Hartle (2003):

$$L_{GW} = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \langle \ddot{I}_{ij} \ddot{I}^{ij} \rangle, \quad (2.17)$$

gdzie ostre nawiasy oznaczają uśrednienie po jednym okresie. Wstawiając do tego wzoru elementy trzeciej pochodnej tensora momentu kwadrupolowego otrzymujemy:

$$L_{GW} = \frac{32}{5} \frac{G^4}{c^5} \frac{M^3 \mu^2}{a^5}, \quad (2.18)$$

gdzie  $M = M_1 + M_2$ .

Utrata energii wypromieniowywanej w postaci fal grawitacyjnych jest kompensowana przez zacieśnianie orbity układu. Zmniejsza się odległość między składnikami, a także okres obiegu. Zakładając, że zmiana parametrów orbity odbywa się tylko ze względu na emisję promieniowania grawitacyjnego możemy otrzymać zależność pozwalającą ocenić jak szybko zmienia się okres orbitalny  $P$ :

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = -\frac{96}{5} \frac{G^3}{c^5} \frac{M^2 \mu}{a^4}. \quad (2.19)$$

Rozwiązując powyższe równanie w granicy  $a \rightarrow 0$  otrzymamy czas jaki potrzebny jest, aby układ podwójny się zlał:

$$T_{merg} = \frac{5}{256} \frac{c^5}{G^3} \frac{a_0^4}{M^2 \mu}, \quad (2.20)$$

gdzie  $a_0$  definiuje początkowy rozmiar orbity, a  $T_{merg}$  jest czasem jaki pozostał do koalescencji.

### Wpływ ekscentryczności orbity na sygnał grawitacyjny.

Kształt fali grawitacyjnej pochodzącej od ekscentrycznego układu podwójnego był wyprowadzony już w latach 60-tych ubiegłego wieku (Peters & Mathews 1963; Peters 1964). Widmo energetyczne fali grawitacyjnej możemy zapisać w następujący sposób:

$$\frac{dE_{gw}}{df_{gw}} = \frac{dE_{gw}}{dt} \left( \frac{df_{gw}}{dt} \right)^{-1}. \quad (2.21)$$

W przybliżeniu kwadrupolowym wielka półoś orbity oraz ekscentryczność zmniejszają się w następujący sposób:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\beta}{a^3} \Psi(e), \quad \Psi(e) = \frac{1 + 73/24e^2 + 37/96e^4}{(1 - e^2)^{7/2}}, \quad (2.22)$$

gdzie  $a$  to wielka półoś,  $e$  to spłaszczenie orbity,  $M_1$  jest masą głównego składnika,  $M_2$  jest masą drugiego składnika, a

$$\frac{de}{dt} = -\frac{19}{12} \frac{\beta}{a^4} \Phi(e), \quad \Phi(e) = \frac{(1 + 121/304e^2)e}{(1 - e^2)^{5/2}}, \quad (2.23)$$

gdzie

$$\beta = \frac{64}{5} \frac{G^3 \mu M^2}{c^5}, \quad \mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}. \quad (2.24)$$

Podczas gdy częstość orbitalna rośnie:

$$f_{orb} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{GM}{a^3} \right)^{1/2}, \quad (2.25)$$



gdzie  $M$  jest całkowitą masą układu,  $\mu$  jest masą zredukowaną, a  $a$  jest wielką półosią orbity.

W przypadku orbity kołowej w każdej chwili układ emituje sygnał o jednej ustalonej częstotliwości, która jest równa co do wartości dwukrotności częstotliwości orbitalnej. Gdy mamy do czynienia ze spłaszczoną orbitą, prędkość składników zmienia się w zależności od miejsca zajmowanego na orbicie. Powoduje to powstanie dodatkowych częstotliwości w widmie. Układ promieniuje w danej chwili w wąskim przedziale częstotliwości, a nie tylko w jednej konkretnej.

$$f_{gw}^n = n f_{orb}, \quad (2.26)$$

$$\frac{df_{gw}}{dt} = n \frac{df_{orb}}{dt}. \quad (2.27)$$

W przypadku orbity kołowej fale grawitacyjne są emitowane tylko dla  $n = 2$ . Wstawiając równanie 2.25 i 2.22 do równania 2.27, otrzymamy ewolucję w czasie każdej harmoniki:

$$\frac{df_{gw}^n}{dt} = \frac{96}{5} \left( \frac{2\pi}{n} \right)^{8/3} \frac{f_{gw}^{n-11/3} G^{5/3} M_{chirp}^{5/3}}{c^5} \Psi(e), \quad (2.28)$$

gdzie występuje tak zwana masa „chirp”, będąca kombinacją mas składników układu, która determinuje amplitudę i częstotliwość powstającej fali  $M_{chirp} = \mu^{3/5} M^{2/5}$ .

Moc promieniowania w zależności od numeru harmoniki była wyprowadzona w pracy Peters & Mathews (1963) i wyraża się następującym wzorem:

$$\frac{dE}{dt}(n) = \frac{32 G^4 \mu^2 M^3}{5 c^5 a^5} g(n, e), \quad (2.29)$$

gdzie  $g(n, e)$  jest funkcją ekscentryczności i numeru harmoniki

$$g(n, e) = \frac{n^4}{32} \left\{ [J_{n-2}(ne) - 2eJ_{n-1}(ne) + \frac{2}{n}J_n(ne) + 2eJ_{n+1}(ne) - J_{n+2}(ne)]^2 + (1 - e^2) [J_{n-2}(ne) - 2J_n(ne) + J_{n+2}(ne)]^2 + \frac{4}{3n^2} [J_n(ne)]^2 \right\}, \quad (2.30)$$

a  $J_n$  są odpowiednimi funkcjami Bessela. Wynik ten został otrzymany poprzez analizę Fouriera keplerowskiego ruchu składników po ekscentrycznej orbicie. Szczegółowe wprowadzenie dostępne jest w pracy Peters & Mathews (1963).

Łącząc ze sobą wzory 2.21-2.29 i 2.28 otrzymujemy ostateczne wyrażenie na widmo fal grawitacyjnych emitowanych przez układ podwójny o spłaszczonej orbicie.

$$\frac{dE}{df_{gw}^n} = \frac{\pi}{3} \frac{1}{G} \left( \frac{4}{n^2} \right)^{1/3} \frac{(GM_{chirp})^{5/3} g(n, e)}{(f_{gw}^n \pi)^{1/3} \Psi(e)}. \quad (2.31)$$

W przypadku orbity kołowej  $\Psi(e = 0) = 1$ ,  $g(n, e = 0) = 1$  gdy  $n = 2$  i  $g(n \neq 2, e = 0) = 0$ , a zatem wynik upraszcza się do dobrze znanego wyrażenia zaprezentowanego między innymi przez Phinney (2001):

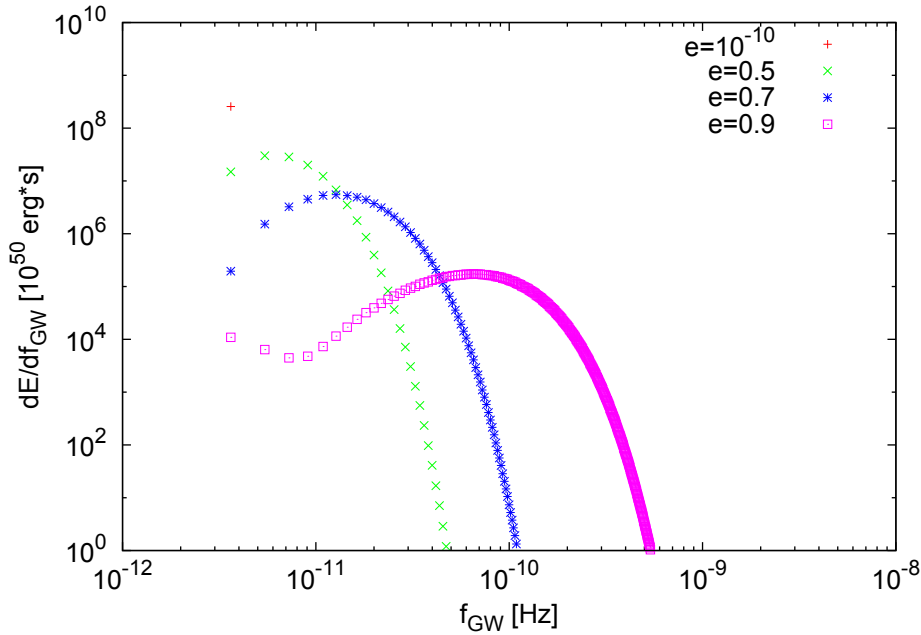
$$\left. \frac{dE}{df_{gw}} \right|_{e=0} = \frac{\pi}{3} \frac{1}{G} \frac{(GM_{chirp})^{5/3}}{(f_{gw} \pi)^{1/3}}, \quad (2.32)$$

Możemy wyróżnić dwa przypadki układów, których widma będą znacząco się od siebie różniły. Układy o czasie do koalescencji dłuższym od obecnego czasu Hubble'a (przyjmujemy, że jest on równy  $T_H = 10^4$  Myr), które nazwiemy „długo-żyjącymi” oraz te, które zleją się w czasie krótszym od wieku Wszechświata zwane dalej krótko-żyjącymi.

Pierwszą grupę tworzą układy o szerokich orbitach. Możemy przyjąć, że parametry ich orbit pozostają stałe w skali czasu Hubble'a. Oznacza to, że wykres ich widma energetycznego będzie złożeniem dyskretnych wartości wynikających z wkładu od poszczególnych harmonik. Przykładem może tu być rysunek 2.4, na którym przedstawiono widmo pochodzące od dwóch masywnych czarnych dziur o masach  $M_1 = M_2 = 300 M_\odot$  na szerokiej orbicie o wielkiej półosi równej  $a = 1.2 \times 10^6 R_\odot$ . Różne symbole odpowiadają różnym początkowym ekscentrycznościom.

Wraz ze wzrostem ekscentryczności rozkłady stają się coraz szersze. Ponadto maksimum rozkładu przesunięte jest w stronę wyższych częstotliwości. Wykres odpowiadający największej rozważanej ekscentryczności (kwadraty) wykazuje ciekawe minimum w okolicy niskich częstotliwości. Jest to wynik szczególnej postaci funkcji  $g(n, e)$  zdefiniowanej równaniem 2.30, a nie artefaktem numerycznym.

Drugim przypadkiem są układy, których czas do koalescencji jest krótszy od czasu Hubble'a. Ewolucja ich parametrów orbitalnych nie może być zaniedbana. Zmienia

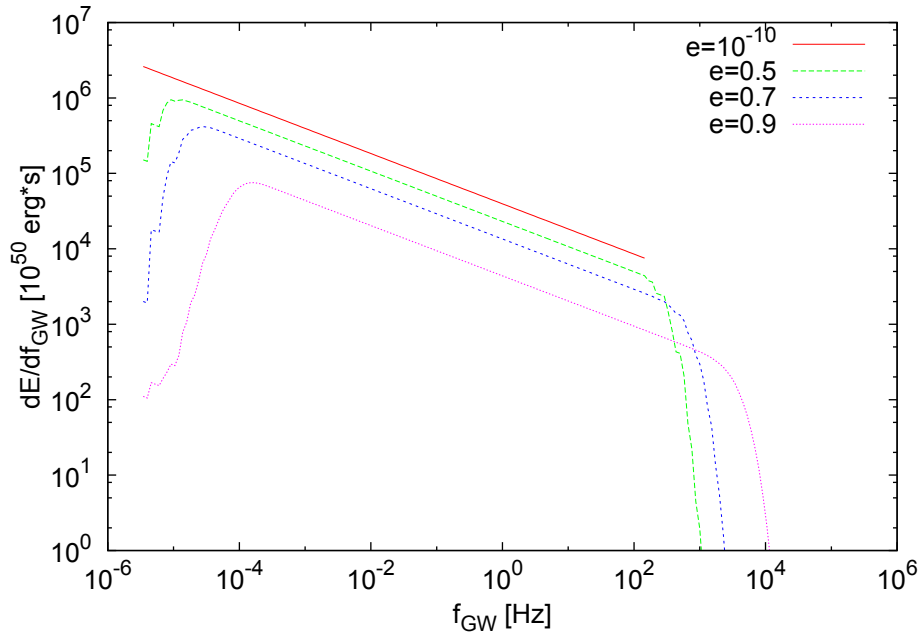


Rysunek 2.4: Widmo grawitacyjne pochodzące od długo-żyjącego układu złożonego z dwóch czarnych dziur ( $M_1 = M_2 = 300 M_\odot$ ,  $a = 1.2 \times 10^6 R_\odot$ ) o różnych spłaszczeniach orbity. Pojedynczy znak „plus” odpowiada orbicie kołowej, krzyżyki pokazują wynik dla ekscentryczności równej 0.5, gwiazdki odpowiadają ekscentryczności 0.7, a kwadraty ekscentryczności 0.9.

się zarówno wielka półoś, jak i ekscentryczność. Dodatkowo na czasową ewolucję tych parametrów nakłada się rozmycie w częstotliwości związane z występowaniem różnych harmonik. Widmo promieniowania takiego układu rozciąga się od częstotliwości początkowej  $f_p$  (wynikającej z początkowych parametrów układu podwójnego takich jak masy składników i wielka półoś w momencie powstania układu), aż do górnej granicy, za którą tutaj przyjmujemy częstotliwość ostatniej stabilnej kołowej orbity  $f_{ISCO}$ .

$$f_{ISCO} = \frac{c^3}{6\sqrt{6}\pi G(M_1 + M_2)}. \quad (2.33)$$

Jako przykład prezentujemy rysunek 2.5, na którym widać widmo układu dwóch czarnych dziur o masach jak w poprzednim przypadku ( $M_1 = M_2 = 300 M_\odot$ ), ale na dużo mniejszej orbicie  $a = 1.2 \times 10^2 R_\odot$ . Również i tu wyniki zostały policzone dla różnych początkowych ekscentryczności orbity.



Rysunek 2.5: Widmo grawitacyjne pochodzące od krótko-żyjącego układu złożonego z dwóch czarnych dziur ( $M_1 = M_2 = 300 M_\odot$ ,  $a = 1.2 \times 10^2 R_\odot$ ) o różnych spłaszczeniach orbity. Ciągła linia odpowiada orbicie kołowej, linia kreskowana pokazuje wyniki dla ekscentryczności 0.5, linia kropkowana odpowiada ekscentryczności 0.7 a linia kreskowano - kropkowana ekscentryczności 0.9

Orbita kołowa generuje zwykle widmo potęgowe. Wzrost ekscentryczności powoduje powstanie dodatkowej emisji w wysokich częstotliwościach. Kształt i rozmiar tej struktury zależny od wartości ekscentryczności.

### 3. Detektory fal grawitacyjnych.

Detekcja fal grawitacyjnych jest niezwykle trudnym zadaniem. Same fale bardzo słabo oddziałują z materią, co sprawia, że efekty ich przejścia są bardzo subtelne. W rozdziale 2 wyprowadzona była charakterystyczna amplituda zaburzenia czasoprzestrzeni. Powoduje ona zmianę odległości między masywnymi obiektami. To jak duża jest owa zmiana zależy od pierwotnej odległości:

$$\frac{\delta L}{L} = h, \quad (3.1)$$

gdzie  $L$  to odległość między masywnymi obiektami,  $\delta L$  zmiana odległości jaka wywoła fala o amplitudzie  $h$ .

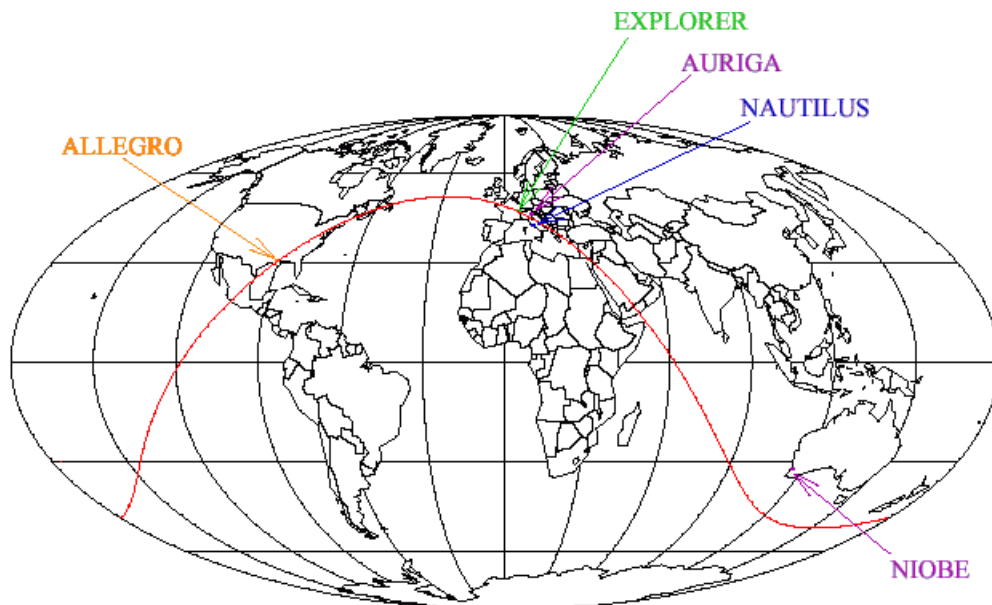
Amplitudy fal pochodzących od realistycznych źródeł astrofizycznych będą bardzo małe. Proste oszacowanie pokazuje, że amplituda jest nie większa od  $h \sim \frac{R_s}{r} \left(\frac{v}{c}\right)^2$ , gdzie  $R_s$  to promień Schwarzschilda źródła,  $r$  to odległość do źródła, a  $v$  oznacza charakterystyczną prędkość źródła. Aby zdać sobie sprawę z rzędów wielkości o jakich tu mówimy, przeanalizujmy przykład wybuchu supernowej w centrum naszej Galaktyki. Źródłem fali grawitacyjnej będzie tu gwałtownie zapadające się jądro masywnej gwiazdy, której promień Schwarzschilda wynosi ok 1.5 km. Odległość do centrum Galaktyki to 8.5 kpc, a prędkość zapadającej się materii szacowana jest na 10% prędkości światła. Z naszego prostego oszacowania wychodzi wtedy, że amplituda fali grawitacyjnej, którą zaobserwujemy na Ziemi będzie rzędu  $h \sim 10^{-20}$ . Należy wspomnieć, że większość zjawisk jakie spodziewamy się obserwować będzie dużo dalej niż w centrum naszej Galaktyki, więc spodziewane amplitudy będą jeszcze mniejsze. Zarejestrowanie tak małych zmian odległości jest więc wyzwaniem dla współczesnej techniki.

#### 3.1. Detektory rezonansowe.

Pierwszy detektor fal grawitacyjnych zbudował J. Weber w latach 60-tych XX wieku. Był to aluminiowy walec zawieszony na specjalnych kolumnach mających za zadanie izolację instrumentu od wpływu zewnętrznych zakłóceń. Na powierzchni walca umieszczone były detektory fotoelektryczne, które pod wpływem odkształcenia

bryły emitowały sygnał elektryczny. Po przejściu fali grawitacyjnej walec powinien wibrować. Siła drgań uzależniona jest od częstości przechodzącej fali - im bliższa byłaby ona częstości rezonansowej aluminium, tym silniejsze drgania. Weber oszacował, że za pomocą swojego instrumentu jest w stanie wykryć odkształcenia walca z dokładnością do setnej części rozmiaru atomu. Zdawał sobie sprawę z roli jaką ma wpływ lokalnych zjawisk takich jak trzęsienia ziemi, aktywność oceaniczna czy drgania Ziemi wywołane ludzką aktywnością. Dlatego też wybudował dwie anteny - jedna znajdowała się na Uniwersytecie w Maryland, a druga w Argonne National Laboratory niedaleko Chicago. Owocem tak przeprowadzonych obserwacji była publikacja (Weber 1969), w której Weber ogłosił odkrycie fal grawitacyjnych. Niestety jego wyniki nie zostały potwierdzone. Z punktu widzenia dzisiejszej techniki wydaje się, że to co obserwował Weber nie mogło być falą grawitacyjną, gdyż czułość jego detektora była wiele rzędów wielkości za mała, aby wykryć jakikolwiek sygnał. Niemniej jego rola w historii detektorów fal grawitacyjnych jest bardzo duża. Dzisiejsze detektory rezonansowe w swej istocie nie różnią się wiele od tego użytego przez Webera. Są większe i lepiej izolowane od otoczenia. Najczęściej umieszczone w niskich temperaturach, aby zminimalizować szumy termiczne. Anteny rezonansowe mają bardzo wąski zakres czułości zlokalizowany w pobliżu ich częstości rezonansowej. Nie nadają się do szerokopasmowych przeglądów nieba, a raczej do poszukiwań sygnału od znanych obiektów. Dobrymi źródłami w tym wypadku są pulsary, których znamy częstość wirowania, a także pozycję na niebie. W ciągu ostatnich lat operowało kilka detektorów tego typu w różnych częściach kuli ziemskiej. Wśród nich: amerykański ALLEGRO (McHugh i in. 2002), francuski ALTAIR (Bonifazi & Visco 1992), włoskie AURIGA (Zendri i in. 2002) i NAUTILUS szwajcarski EXPLORER (Astone i in. 2008), australijski NIOBE (Blair i in. 1998).

Rysunek 3.1 pokazuje położenie wyżej wymienionych detektorów.



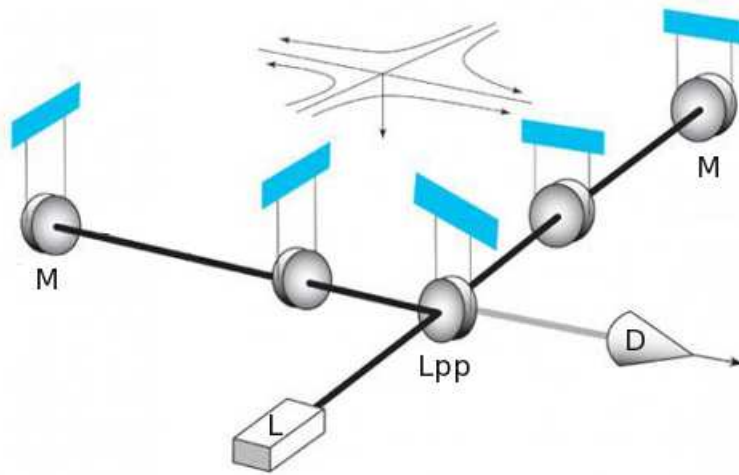
Rysunek 3.1: Mapa z zaznaczonymi położeniami operujących w ostatnich latach detektorów rezonansowych.

### 3.2. Detektory interferometryczne.

Zupełnie inną metodę detekcji stosuje się w detektorach interferometrycznych. Podstawą ich działania jest instrument, który zbudowali Michelson i Morley do przeprowadzenia swojego słynnego eksperymentu w 1885 roku (Michelson & Morley 1887). Dzisiejsze interferometry są daleko bardziej skomplikowane, ale wciąż wykorzystują zjawisko interferencji, aby zmierzyć drobne przesunięcia mas próbnych po przejściu fali grawitacyjnej.

Prosty schemat budowy interferometru jest przedstawiony na rysunku 3.2.

Antena składa się z dwóch ramion o równej długości ustawionych do siebie pod kątem prostym (choć możliwe są też inne konfiguracje geometryczne). Na końcu każdego z ramion umieszczone jest ciężkie lustro, które pełni rolę masy testowej. W miejscu spotkania ramion znajduje się lustro półprzepuszczalne. Światło lasera przechodzi przez półprzepuszczalne lustro i rozchodzi się w obydwu ramionach jednocześnie. Po odbiciu od luster na końcach ramion wraca i następuje interferencja obu wiązek w detektorze. Całość ustawiona jest w taki sposób, aby sygnały z obu ramion prowadziły do interferencji destrukcyjnej, jeśli ramiona są równej długości. Każda



Rysunek 3.2: Schemat budowy detektora działającego na zasadzie interferencji. Zaznaczone elementy to laser (L), lustro półprzepuszczalne (Lpp) oraz dwa lustra na końcach tuneli pełniące role masy testowej (M).

zmiana długości któregoś z ramion będzie zatem powodowała, że wiązki laserowe się nie wygaszą i w detektorze zarejestrujemy sygnał. Między lustrem półprzepuszczalnym a masami testowymi znajduje się więcej lusterek, aby efektywna odległość pokonywana przez wiązkę laserową była wielokrotnie większa niż długość samego ramienia. Prawdziwe detektory są bardzo skomplikowanymi urządzeniami, które monitorują nie tylko odległość do lusterek, ale też wiele innych parametrów związanych z otoczeniem. Wiązka laserowa umieszczona jest w próżniowych tunelach, same lustra są zawieszane w bardzo skomplikowany sposób oraz chłodzone. Wszystkie te zabiegi mają odizolować detektor od wpływów otoczenia. Dodatkowo, wewnątrz samego detektora umieszczone są termometry, magnetometry, a na zewnątrz mikrofony, sejsmometry czy wiatromierze. Odczyty tych urządzeń pomagają oddzielić prawdziwe sygnały od szumów wywołanych wiatrem, ruchem ulicznym czy aktywnością sejsmiczną samej Ziemi. Historia pierwszych detektorów interferometrycznych sięga lat osiemdziesiątych XX wieku, kiedy wiodące uniwersytety amerykańskie i brytyjskie budowały swoje anteny (Shoemaker i in. 1988; Zucker 1992). Były to zazwyczaj małe instrumenty (długość ramion sięgała małych kilkudziesięciu metrów) pełniące role prototypów większych eksperymentów. Ich głównym celem było testowanie rozwiązań technicznych potrzebnych przy tak subtelnym eksperymencie jakim jest detekcja



fali grawitacyjnej.

W latach 90-tych XX wieku powstały większe eksperymenty takie jak GEO600 (Willke & LIGO Scientific Collaboration 2007; Lück i in. 2010), LIGO (Abbott i in. 2009b), VIRGO (Acernese i in. 2006), które nazywane są często detektorami I generacji. W tej chwili trwa budowa detektorów II generacji, których czułość powinna zwiększyć się 10-krotnie w porównaniu z poprzednią generacją. Zarówno LIGO jak i VIRGO przechodzą w tej chwili gruntowną przebudowę w wyniku której powstanie AdvLIGO (Harry & the LIGO Scientific Collaboration 2010; Landry 2012) i AdvVIRGO (Degallaix i in. 2013). Dodatkowo planowany jest detektor w Australii (Brooks i in. 2011) lub Indiach (Unnikrishnan 2013). Trwa również budowa japońskiego instrumentu KAGRA (Somiya 2012), który w przyszłości dołączy do światowej sieci interferometrów.

Kolejnym etapem będzie budowa europejskiego detektora III generacji - Einstein Telescope (Lück 2012; Sathyaprakash i in. 2012) oraz detektorów kosmicznych takich jak LISA/eLISA (Stebbins i in. 2013) czy DECIGO (Kawamura 2006; Kawamura i in. 2011). Status tych ostatnich jest mocno niepewny ze względu na bardzo odległą perspektywę czasową w jakiej projekty te mają być realizowane. Najprawdopodobniej fundusze na te inwestycje będą pozyskane dopiero po dokonaniu pierwszej detekcji fal grawitacyjnych.

Rysunek 3.3 prezentuje krzywe czułości omawianych niżej naziemnych interferometrów - zarówno tych, które operowały w przeszłości, jak i tych planowanych w następnych latach. Krzywe dla detektorów, które działały są faktycznie uzyskanymi podczas eksperymentu, dlatego ich kształt jest dużo bardziej skomplikowany. Krzywe planowanych detektorów mają przybliżoną formę bazującą na teoretycznych oczekiwaniach. Linia czerwoną zaznaczono krzywą odpowiadającą czułości VIRGO <sup>1</sup> oraz budowanego obecnie advVIRGO <sup>2</sup>, linią zieloną zaznaczono krzywą detektora LIGO (The LIGO Scientific Collaboration & The Virgo Collaboration 2012) oraz budowanego advLIGO (Harry & the LIGO Scientific Collaboration 2010), linią niebieską zaznaczono krzywą czułości budowanego detektora KAGRA <sup>3</sup>, linią różową zaznaczono krzywą dla GEO600 <sup>4</sup>, a linia jasno-niebieska odpowiada planowanemu detektorowi

---

<sup>1</sup><https://www.casina.virgo.infn.it/DataAnalysis/Calibration/Sensitivity/>

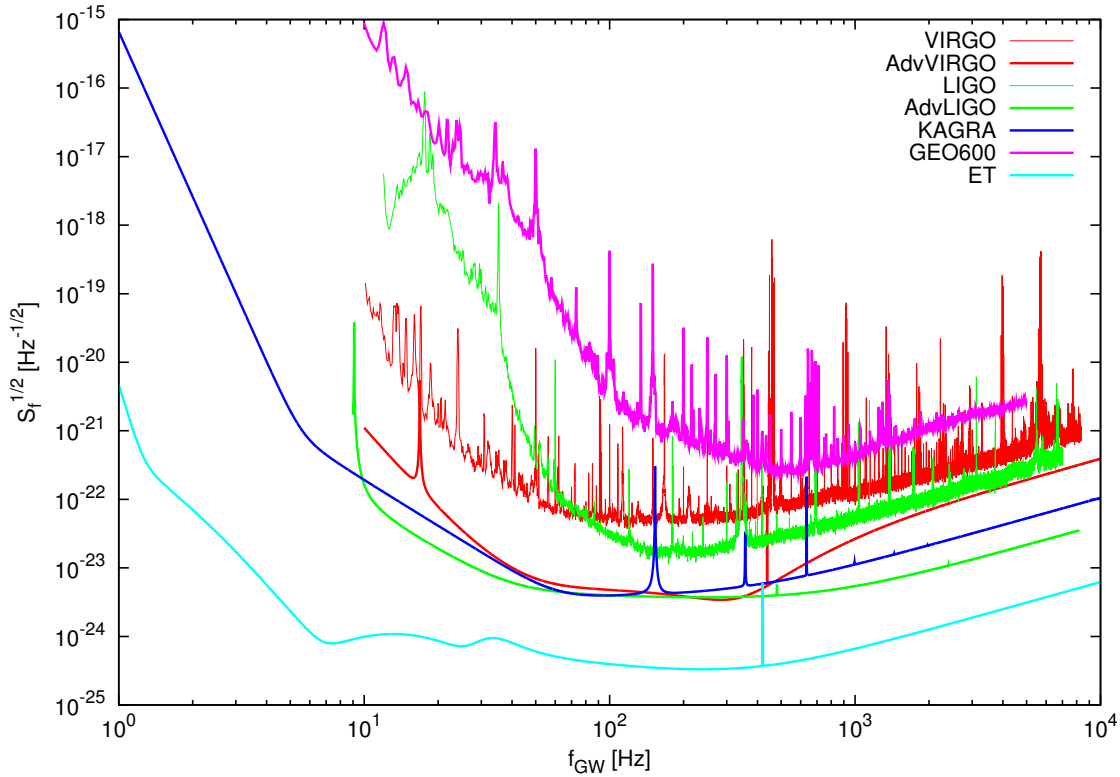
<sup>2</sup><http://www.virgo.infn.it/advirgo/>

<sup>3</sup><http://gwcenter.icrr.u-tokyo.ac.jp/en/researcher/parameter>

<sup>4</sup><http://www.geo600.uni-hannover.de/geocurves/>

ET <sup>5</sup>

Rysunek 3.4 pokazuje krzywe czułości planowanych detektorów kosmicznych. Linia czerwoną zaznaczono krzywą czułości DECIGO, linia zielona odpowiada krzywej pierwotnej wersji detektora LISA <sup>6</sup>, a linia niebieska pokazuje okrojoną wersję detektora LISA nazwanego obecnie eLISA/NGO (Amaro-Seoane i in. 2012)

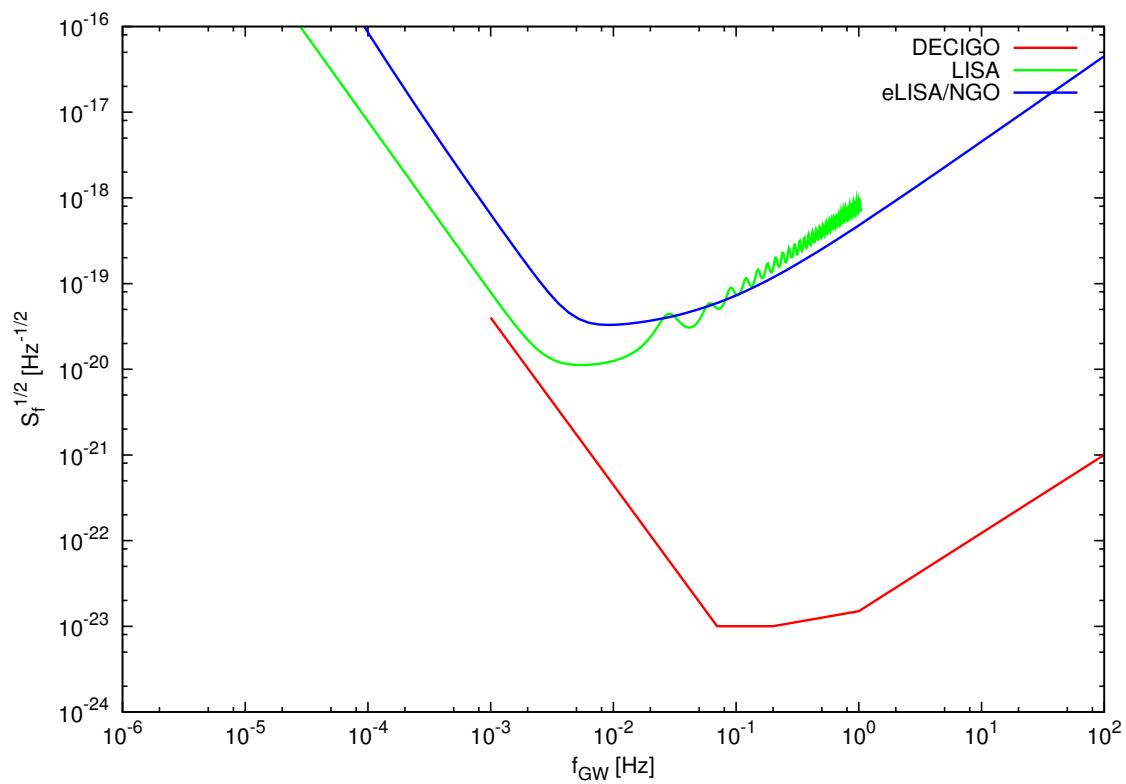


Rysunek 3.3: Krzywe czułości naziemnych detektorów działających na zasadzie interferencji. Linia czerwoną zaznaczono krzywą odpowiadającą czułości VIRGO oraz budowanego obecnie advVIRGO, linią zieloną zaznaczono krzywą detektora LIGO oraz budowanego advLIGO, linią niebieską zaznaczono krzywą czułości budowanego detektora KAGRA, linią różową zaznaczono krzywą dla GEO600, a linia jasno-niebieska odpowiada planowanemu detektorowi ET

Poniżej prezentujemy szczegółowy opis najważniejszych z wyżej wymienionych detektorów.

<sup>5</sup><http://www.et-gw.eu/etsensitivities>

<sup>6</sup><http://www.srl.caltech.edu/shane/sensitivity/>



Rysunek 3.4: Krzywe czułości planowanych detektorów kosmicznych. Linia czerwoną zaznaczono krzywą czułości DECIGO, linia zielona odpowiada krzywej pierwotnej wersji detektora LISA, a linia niebieska pokazuje okrojoną wersję detektora LISA nazwanego obecnie eLISA/NGO

### 3.2.1. VIRGO/advVIRGO

VIRGO był detektorem zbudowanym przez włosko-francuskie konsorcjum EGO (European Gravitational Observatory) na przełomie XX i XXI wieku. Później do współpracy przyłączyły się grupy badawcze z Holandii, Węgier, a także Polski. Sama antena znajduje się w małej miejscowości Cascina pod Pizą (Włochy). Ramiona, w których rozchodzi się wiązka laserowa mają 3 km długości, ale dzięki zastosowaniu techniki wielokrotnych odbić, efektywna droga optyczna lasera sięga 120 km. Zakres częstotliwości, w których operowało VIRGO to 10 - 6000 Hz. Laser rozchodził się w tunelach próżniowych, aby minimalizować wszelkie zakłócenia, które mogłyby powodować gaz. Lustra pełniące rolę mas testowych zawieszono na bardzo skomplikowanym systemie cienkich linek umieszczonych w 10 m wieżach. Dla potrzeb tego detektora zostały opracowane technologie bardzo mocnych, a zarazem stabilnych laserów. Lustra na końcach tuneli odznaczały się niezwykle dużym współczynnikiem odbicia sięgającym 99.99%. Cała aparatura znajdowała się w sterylnych laboratoriach monitorowanych przez całą dobę. Obecnie trwa przebudowa detektora do wersji, której czułość będzie 10-krotnie większa. Zwiększona zostanie moc laserów oraz poprawiona termiczna izolacja luster.

### 3.2.2. LIGO/advLIGO

Projekt LIGO (Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory) to dwa bliźniacze obserwatoria fal grawitacyjnych usytuowane w Stanach Zjednoczonych. Jeden z interferometrów znajduje się w Hanford (stan Washington), a drugi w Livingston (stan Louisiana). Taka konfiguracja pozwala na odizolowanie lokalnych zakłóceń od prawdziwych sygnałów. Te ostatnie będą bowiem dostrzegalne w obu detektorach z małym opóźnieniem wynikającym z odległości między nimi. Instrumenty zostały zaprojektowane i zbudowane głównie przez naukowców i inżynierów z CIT (California Institute of Technology) oraz MIT (Massachusetts Institute of Technology). Długość ramion, w których rozchodzi się wiązka laserowa to 4 km. Budowa ukończyła się w 1999 r, a pierwsze dane zostały zebrane w 2001 r. W ostatnich latach kolaboracje związane z detektorami LIGO oraz VIRGO połączyły się tworząc jedną globalną sieć detektorów. Pozwala to nie tylko na dokładniejsze wykrywanie sygnałów, ale też na odtworzenie pozycji źródła na niebie (przy pomocy metody triangulacji). Tak

samo jak VIRGO, LIGO przechodzi w tej chwili gruntowną przebudowę mającą na celu zwiększenie czułości instrumentu. Docelowa czułość ma wzrosnąć 10-krotnie, co przełoży się na 1000-krotne zwiększenie zasięgu obserwacji.

Planowane jest też uruchomienie trzeciego obserwatorium LIGO na półkuli południowej. Rozważane jest położenie w Australii (Brooks i in. 2011) lub Indiach (Unnikrishnan 2013).

### 3.2.3. GEO600

Detektor GEO600 jest owocem współpracy niemiecko-brytyjskiej. Początkowo projekt zakładał budowę instrumentu o długości ramion 3 km, ale ze względów finansowych powstała mniejsza wersja o długości 600 m. Antena usytuowana jest niedaleko Hanoweru (Niemcy) i obsługiwana przez naukowców z AEI (Albert Einstein Institute), Leibniz Universität, Glasgow University oraz Cardiff University. Budowa zakończyła się 1995 r. Od 2002 roku GEO600 został włączony do sieci detektorów LIGO. Głównym atutem tego detektora jest technika ściskania światła, jaką opracowali lokalni inżynierowie. Jest to technologia, która będzie wykorzystana w detektorach II generacji. Czułość każdego detektora interferometrycznego jest ograniczona zarówno w niskich jak i w wysokich częstotliwościach. Poniżej kilkunastu Hz limituje nas aktywność sejsmiczna naszej planety. Drugi koniec skali częstotliwości (powyżej kilku kHz) jest niedostępny przez fakt, że światło lasera składa się ze skończonej liczby fotonów. Sytuację poprawia użycie mocniejszych laserów, ale te wywierają większe ciśnienie na lustra i zwiększają ich temperaturę. Ściskanie światła pozwala na przesunięcie dotychczasowego limitu. Jest ono z powodzeniem stosowane w detektorze GEO600 (Ligo Scientific Collaboration i in. 2011).

### 3.2.4. KAGRA

Projekt KAGRA (Kamioka Gravitational wave detector, Large-scale Cryogenic Gravitational wave Telescope), dawniej znany pod nazwą LCGT, to japońska inicjatywa mająca na celu budowę dużego interferometru, który dołączy do sieci anten II generacji. Ramiona, w których rozchodzić się będzie światło lasera zostały umieszczone w starej kopalni Kamioka znanej z przełomowych eksperymentów neutrinowych Kamiokande i Super-Kamiokande. Nowatorskim rozwiązaniem będzie zastosowanie

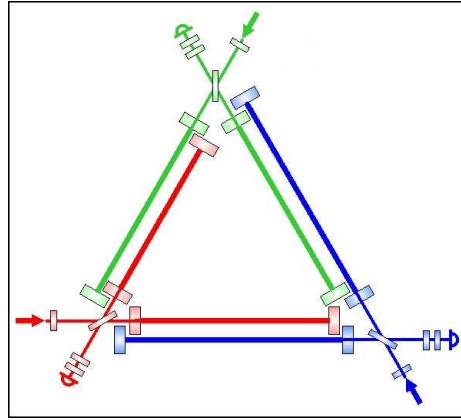
technik kriogenicznych do likwidacji szumów detektora. Chłodzenie luster ma zapewnić ich stabilność termiczną. Detektor ten ma zbierać dane w tym samym czasie co advLIGO i advVIRGO.

### 3.2.5. ET

Einstein Telescope jest europejskim projektem detektora III generacji. Data realizacji nie jest jeszcze precyzyjnie znana, ale finansowanie uzależnione będzie od wyników uzyskanych za pomocą advVIRGO. Gdy detektory II generacji dokonają pierwszej detekcji fali grawitacyjnej, powstanie realna potrzeba budowy większych i dokładniejszych instrumentem. ET w swych założeniach ma znajdować się pod powierzchnią ziemi. Zapewni to izolację od wpływu otoczenia związanego z aktywnością ludzką. Dzięki temu możliwe będzie przesunięcie okna czułości do niższych częstotliwości niż ma to miejsce w przypadku detektorów naziemnych. Ponadto długość jednego ramienia ma wynosić 10 km, co jest 2.5 raza więcej niż największe współczesne anteny. Długość ramienia wpłynie na zasięg i dokładność pomiarów. Niesie jednak za sobą pewne wyzwania. Konieczny będzie dostatecznie mocny, a zarazem stabilny laser oraz doskonała próżnia w skali większej niż dotychczas. Nietypowy będzie też kształt interferometru. Zamiast klasycznego ułożenia dwóch tuneli pod kątem prostym (przypominającym literę L), zdecydowano się na konfigurację trójkąta równoramiennego. Każdy bok trójkąta będzie zawierał dwa niezależne tunele, co w sumie da trzy detektory obrócone w stosunku do siebie. Schemat budowy ET przedstawia rysunek 3.5.

W skład grupy zajmującej się planowaniem detektora ET wchodzi również polscy naukowcy i inżynierowie. Plan budowy oraz szczegóły techniczne technologii, które będą wykorzystane został obszernie opisany w opublikowanym dokumencie (ET science team 2011). Teoretyczna krzywa czułości ET nie jest jeszcze do końca zdefiniowana. Wynika to z faktu, że wciąż rozważanych jest kilka konfiguracji końcowych. Przyglądając się wykresowi 3.4 można zauważyć, że ET będzie miał znacząco lepszą czułość niż współczesne detektory, ale również jego optymalne okno przesunięte jest w stronę niższych częstotliwości.

W czasie gdy ET rozpocznie swoje działanie, będziemy po odkryciu pierwszych źródeł fal grawitacyjnych. Spodziewane tempo obserwowanych zjawisk będzie rzędu



Rysunek 3.5: Prosty schemat budowy detektora ET. Konfiguracja trójkąta równoramiennego. Kolorami oznaczone są niezależne anteny, które zostaną umieszczone w jednej lokalizacji.

kilkudziesięciu, a nawet kilkuset w ciągu doby. Stawia to nowe wyzwania podczas procesu analizy danych. Sygnały od wielu źródeł będą nakładały się na siebie. Zjawiska koalescencji obiektów o stosunkowo małych masach (rzędu kilku mas Słońca) będą widoczne w oknie detektora nawet przez kilka dni. Techniki analizy sygnałów będą znacząco różne od tych stosowanych dzisiaj. Z problemem tym już dzisiaj próbują sobie poradzić naukowcy pracujący w zespole ET (Regimbau i in. 2012).

### 3.2.6. DECIGO

Detektor DECIGO (DECI-Hertz Interferometer Gravitational wave Observatory) jest planowanym interferometrem, który będzie wyniesiony w przestrzeń kosmiczną. Stanowi to kolejny krok na drodze do maksymalnego rozszerzenia dostępnego widma fal grawitacyjnych. Choć jego budowa i start są bardzo oddalone w czasie, już dziś trwają prace nad planowaniem i testowaniem potrzebnych technologii. Detektor ma się składać z trzech statków, które będą zawierały nieważkie masy testowe. Odległość między statkami ma wynosić 1000 km tworząc trójkąt równoboczny. Cała konstelacja będzie poruszała się po orbicie okołosłonecznej podążając za Ziemią. Wersja najbardziej optymistyczna zakłada wystrzelenie czterech zestawów takich detektorów. Dwa trójkąty będą obrócone względem siebie i oddalone na orbicie. Pozostałe dwa mają tworzyć kształt gwiazdy Dawida. Umieszczenie detektora w przestrzeni kosmicznej

zapewnia doskonałą izolację od wszelkiego wpływu naszej planety. Otwiera to okno w dużo niższych częstotliwościach niż mogą operować ziemskie detektory. Planowana krzywa czułości DECIGO ma na celu wypełnienie luki między oknami detektorów II i III generacji oraz innym kosmicznym detektorem - LISA.

### 3.2.7. LISA/eLISA/NGO

W chwili obecnej przyszłość anteny LISA jest mocno niepewna. Początkowo miał być to projekt finansowany zarówno przez Amerykańską Agencję Kosmiczną (NASA) jak i przez jej europejski odpowiednik (ESA). Jednakże w ostatnim czasie NASA wycofała się z finansowania projektu. Pierwotnie LISA miała przypominać detektor DECIGO, ale w znacznie większej skali. Trzy statki zawierające nieważkie masy testowe miały być od siebie oddalone o 5 mln km. Każdy ze statków komunikować się miał z innymi za pomocą laserów. Tak długa baza pozwoliłaby na obserwacje w mHz rejonie widma. Konstelacja miała poruszać się na orbicie okołosłonecznej śledząc ruch Ziemi. Głównym celem obserwacyjnym detektora LISA miały być galaktyczne białe karły (Ruiter i in. 2010) oraz masywne czarne dziury. Obecna, niepewna sytuacja finansowa projektu wymusiła na społeczności naukowej stworzenie tańszych alternatyw. Jednym z zaproponowanych zamienników anteny LISA jest europejski projekt nazwany eLISA lub NGO (New Gravitational waves Obserwatory). eLISA ma na celu sprostanie zadaniom stawianym niegdyś antenie LISA. Większość rozwiązań technicznych pozostała bez zmian. Zmniejszona została jednak odległość między statkami - teraz wynosić będzie ona 1 mln km zamiast planowanych wcześniej 5 mln km. Nieco inna będzie też konfiguracja statków. Nadal będą one tworzyły trójkąt, ale w nowej wersji będzie to jeden statek „matka” oraz dwa statki „córki”. Każda z „córek” będzie komunikowała się z „matką”, ale nie ze sobą na wzajem. Takie modyfikacje wpłyną na obniżenie czułości oraz przesuną okno czułości ku nieco wyższym częstotliwościom (patrz rysunek 3.4).



## 4. Ekscentryczność układów podwójnych obiektów zwartych

Po uruchomieniu detektorów fal grawitacyjnych drugiej generacji takich jak advVIRGO i advLIGO (Smith & LIGO Scientific Collaboration 2009; Spallicci i in. 2005) na dobre rozpocznie się era astronomii grawitacyjnej. Dlatego tak istotne jest teoretyczne zbadanie właściwości potencjalnych źródeł, które będą obserwowane. Niniejsza praca skupia się na układach podwójnych obiektów zwartych, gdyż są one najlepszymi kandydatami na silne emitery fal grawitacyjnych. Literatura fachowa obfituje w opracowania na temat różnych aspektów związanych z właściwościami układów podwójnych obiektów zwartych (Nelemans & van den Heuvel 2001; Voss & Tauris 2003; De Donder & Vanbeveren 2004; Sipior & Sigurdsson 2002; Pfahl i in. 2005; Dewi i in. 2002, 2005; Bogomazov i in. 2007; Kiel i in. 2010). Rozważany był zakres mas obiektów zwartych (Gondek-Rosińska i in. 2007), spodziewana częstość z jaką dochodzić będzie do koalescencji (Abadie i in. 2010), a nawet wpływ spinu (Schnittman 2004; Mandel & O’Shaughnessy 2010). W niniejszym rozdziale chcielibyśmy zbadać wpływ ekscentryczności układu na obserwowany sygnał. Poprzez emisje fal grawitacyjnych, orbita układu podwójnego zacieśnia się, a jednocześnie ukoławia. Ten drugi proces następuje szybciej, a zatem uzasadnione jest twierdzenie, że orbita jest w bardzo dobrym przybliżeniu kołowa w ostatnich sekundach przed złaniem się układu. Właśnie wtedy spodziewamy się najsilniejszego sygnału w zakresie fal grawitacyjnych. Wydaje się więc, że rozważanie ekscentryczności jest bezzasadne. Może być to prawdą dla detektorów naziemnych, które niedawno zostały zamknięte. W przyszłości będziemy dysponowali antenami ET, DECIGO, eLISA, których okno czułości zlokalizowane będzie w obszarze niższych częstości, dalej od samej koalescencji. Oznacza to, że orbita może wykazywać jeszcze pewną ekscentryczność. To jak duży będzie to efekt zależy przede wszystkim od początkowej wartości ekscentryczności, ale również od mas składników układu oraz rozmiarów samej orbity. Jeśli znacząca część układów podwójnych zachowuje część swojej ekscentryczności wchodząc w okno czułości detektora, to powinniśmy brać to pod uwagę podczas analizy danych. Najpopularniejszą metodą poszukiwania sygnałów od zlewających się obiektów zwartych jest tak zwana metoda dopasowywania filtrów (z ang. match filtering). Polega ona na dopa-

sowywaniu teoretycznego sygnału do obserwowanych danych. Im lepiej rozumiemy mechanizm generacji fal oraz parametry samego źródła, tym lepszy teoretyczny model możemy wyprodukować, a tym samym dokładniejsze będą nasze dopasowania. Poszukiwanie sygnału od ekscentrycznego układu za pomocą kołowego filtra może powodować błędy w analizie. Brown & Zimmerman (2010), a później Huerta & Brown (2013) w swoich pracach analizowali wpływ tego zjawiska na efektywność znajdowania sygnałów grawitacyjnych w detektorach LIGO i advLIGO. Ich wyniki wykazują, że ekscentryczność tuż przed samą koalescencją musiałaby być większa od 0.1, aby efektywność spadła w sposób znaczący. Dla detektorów operujących w niższych częstościach ten efekt będzie spotęgowany. W niniejszym rozdziale naszym celem jest zbadanie jak dużo układów podwójnych obiektów zwartych będzie miało znaczącą ekscentryczność podczas przechodzenia przez okno czułości naziemnych detektorów.

Dzięki obserwacjom radiowym znamy w naszej Galaktyce sześć układów podwójnych zawierających obiekty zwarte, których czas do złania jest krótszy od wieku Wszechświata (tak zwanego czasu Hubble'a). Wszystkie te obiekty składają się z gwiazd neutronowych. Nie mamy żadnych danych na temat układów złożonych z dwóch czarnych dziur bądź z czarnej dziury i gwiazdy neutronowej. Obiekty obserwowane w zakresie radiowym znacząco różnią się od tych, które zobaczymy w paśmie fal grawitacyjnych. Działają tu zupełnie inne warunki selekcji obserwacyjnej (Osłowski i in. 2011; Gondek-Rosińska i in. 2005). Spodziewamy się, że istnieje duża populacja ciasnych układów gwiazd neutronowych, które niewidoczne są w dotychczasowych obserwacjach, ale ich koalescencje będą głośnymi źródłami fal grawitacyjnych (Belczynski i in. 2002). W stosunku do podwójnych czarnych dziur oraz układów mieszanych (czarna dziura i gwiazda neutronowa) musimy całkowicie polegać na teoretycznych modelach ewolucyjnych. W niniejszym rozdziale zaprezentujemy rozkład ekscentryczności populacji układów podwójnych obiektów zwartych w oknie czułości obecnych i przyszłych detektorów fal grawitacyjnych. Przez obecne detektory rozumieć będziemy zaawansowane wersje anten LIGO i VIRGO, dla których dolną granicą czułości będzie 30 Hz. Wśród przyszłych detektorów rozważamy dwa: Einstein Telescope, zwany dalej ET (Van Den Broeck 2010) (czuły od 3 Hz) oraz DECIGO (Kawamura 2006; Seto i in. 2001) (czuły od 0.3 Hz). Wartości te są przybliżone, gdyż czułość każdego detektora jest skomplikowaną funkcją częstości, która zmienia się w czasie. Jednakże dla dalszych rozważań takie uproszczenie jest uzasadnione.

## 4.1. Model populacji układów podwójnych.

Program StarTrack jest kompleksowym kodem numerycznym, który przeprowadza ewolucję masywnej gwiazdy od ciągu głównego wieku zerowego (ZAMS) aż do utworzenia obiektu zwartego. Uwzględnia on zarówno procesy ewolucyjne zachodzące we wnętrzu gwiazdy, jak również efekty związane z ewolucją w układzie podwójnym (transfer masy, efekty pływowe, wspólna otoczka, synchronizacja). Krytycznym momentem jest wybuch supernowej, podczas którego powstający obiekt zwarty otrzymuje dodatkowy odrzut. Wynika to z niesymetryczności samego zjawiska wybuchu supernowej. Ta dodatkowa prędkość może doprowadzić do rozerwania układu podwójnego. Jest też bezpośrednią przyczyną powstania ekscentrycznych orbit późniejszych układów obiektów zwartych. Prędkości młodych gwiazd neutronowych wskazują, że odrzuty podczas wybuchu supernowej mogą być rzędu kilkuset km/s (Hobbs i in. 2005). Spodziewamy się, że w przypadku czarnych dziur prędkości te powinny być mniejsze. Większa masa obiektu centralnego powoduje, że niemal cała materia wyrzucona podczas wybuchu wraca do czarnej dziury. A zatem układy, w których powstają czarne dziury powinny częściej przeżywać w stosunku do tych z gwiazdami neutronowymi. Innym kluczowym momentem jest tak zwana faza wspólnej otoczki (Webbink 1984). Dochodzi do niej gdy masywniejsza gwiazda już utworzyła obiekt zwarty w wybuchu supernowej, a mniej masywna wypełniła swoją powierzchnię Rocha i rozpoczęła niestabilny transfer masy na towarzysza. W wyniku takiego przepływu materii oba składniki zbliżają się do siebie, a następnie obiekt zwarty może wpaść w otoczkę dużej gwiazdy. Faza ta trwa bardzo krótko i może skończyć się zlaniem obiektu zwartego i jądra olbrzyma. Często wspólna otoczka inicjalizowana jest gdy gwiazda przechodzi przez tak zwaną przerwę Hertzsprunga, gdzie gwałtownie wzrasta jej promień. Tego typu gwiazdy nie mają jednak dobrze zdefiniowanej granicy między jądrem i otoczką, więc odrzucenie otoczki jest niemożliwe i najprawdopodobniej następuje zlanie obiektów. Szacuje się, że uwzględnienie tego efektu powoduje obniżenie tempa koalescencji układów podwójnych czarnych dziur o 2-3 rzędy wielkości w środowisku o metaliczności słonecznej. Zmniejszenie metaliczności powoduje, że mniej gwiazd inicjuje wspólną otoczkę na przerwie Hertzsprunga, dzięki czemu produkowanych jest więcej układów podwójnych. W rzeczywistości bardzo mało wiemy o tym etapie życia układu podwójnego, dlatego generuje on bardzo duże

niepewności. W naszych obliczeniach przetestowaliśmy kilka modeli, aby sprawdzić jak zmiana poszczególnych parametrów wpływa na wyniki końcowe. Rozważaliśmy dwie metaliczności: słoneczną (oznaczoną przez  $Z$ ) oraz 10% metaliczności słonecznej (oznaczoną przez  $z$ ). Na podstawie obserwacji prędkości pojedynczych gwiazd neutronowych odrzut podczas wybuchu supernowej jest losowany z rozkładu Maxwella o  $\sigma = 265 \text{ km/s}$  (model K). Dodatkowo zbadaliśmy jaki wpływ miałyby zmniejszenie tej wartości o połowę (model oznaczony jako k). Wzięliśmy też pod uwagę niepewność związaną z przerwą Hertzsprunga. W modelach oznaczonych literą A wszystkie układy, które zainicjowały wspólną otoczkę na przerwie Hertzsprunga przeżywają, a w modelach z literą B wszystkie takie układy ulegają złaniu. Tabla 4.1 prezentuje listę rozważanych modeli.

Tablica 4.1: Lista rozważanych modeli

Model	Metaliczność	$\sigma$ [ $\text{km s}^{-1}$ ]	HG
AZK	$Z_{\odot}$	265.0	+
BZK	$Z_{\odot}$	265.0	-
AZk	$Z_{\odot}$	132.5	+
BZk	$Z_{\odot}$	132.5	-
AzK	10% $Z_{\odot}$	265.0	+
BzK	10% $Z_{\odot}$	265.0	-
Azk	10% $Z_{\odot}$	132.5	+
Bzk	10% $Z_{\odot}$	132.5	-

Tabela 4.2 przedstawia statystyczne własności populacji układów podwójnych obiektów zwartych uzyskanych za pomocą programu `StarTrack`. Trzy panele odpowiadają różnym typom układów podwójnych: podwójne gwiazdy neutronowe (BNS), układy złożone z gwiazdy neutronowej i czarnej dziury (NSBH) oraz podwójne czarne dziury (BBH). Dla każdego modelu wyznaczona jest średnia masa całkowita układu, średnia masa „chirp” oraz średnia częstość ostatniej stabilnej orbity.

Tablica 4.2: Statystyczne parametry populacji uzyskanej za pomocą programu **StarTrack**. Dla każdego modelu policzona jest średnia masa całkowita układu, średnia masa „chirp” oraz średnia częstość ostatniej stabilnej orbity.

Model	$\langle M_{tot} \rangle [M_{\odot}]$	$\langle M_{chirp} \rangle [M_{\odot}]$	$\langle f_{lso} \rangle [Hz]$
BNS			
BZK	2.43	1.05	1811.26
BZk	2.43	1.05	1809.39
BzK	2.49	1.08	1768.23
Bzk	2.49	1.08	1770.95
AZK	2.43	1.05	1809.71
AZk	2.43	1.06	1809.53
AzK	2.51	1.09	1756.74
Azk	2.49	1.08	1765.63
NSBH			
BZK	9.85	3.13	448.39
BZk	9.49	3.04	469.29
BzK	12.45	3.21	371.55
Bzk	11.77	3.10	390.27
AZK	9.91	3.17	444.89
AZk	9.85	3.13	449.20
AzK	11.66	3.17	398.82
Azk	11.47	3.11	404.41
BBH			
BZK	15.60	6.76	282.59
BZk	15.49	6.72	285.12
BzK	22.41	9.54	215.14
Bzk	22.26	9.50	214.34
AZK	15.56	6.74	283.66
AZk	15.33	6.64	288.50
AzK	30.31	13.08	188.09
Azk	28.51	12.29	198.89

## 4.2. Ewolucja orbity.

Pod wpływem emisji fal grawitacyjnych orbita ulega zacieśnianiu (zmniejsza się wielka półoś  $a$ ) oraz cyrkularyzacji (zmniejsza się ekscentryczność  $e$ ) zgodnie z równaniami 2.22 oraz 2.23. Przekształcając te zależności możemy otrzymać formułę na częstość modu fundamentalnego, w której następuje emisja fal grawitacyjnych:

$$f_{GW}(e) = \frac{2}{P_0} \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{e^{18/19}} \left[ 1 + \frac{121}{304} e^2 \right]^{-1305/2299} c_0^{3/2}, \quad (4.1)$$

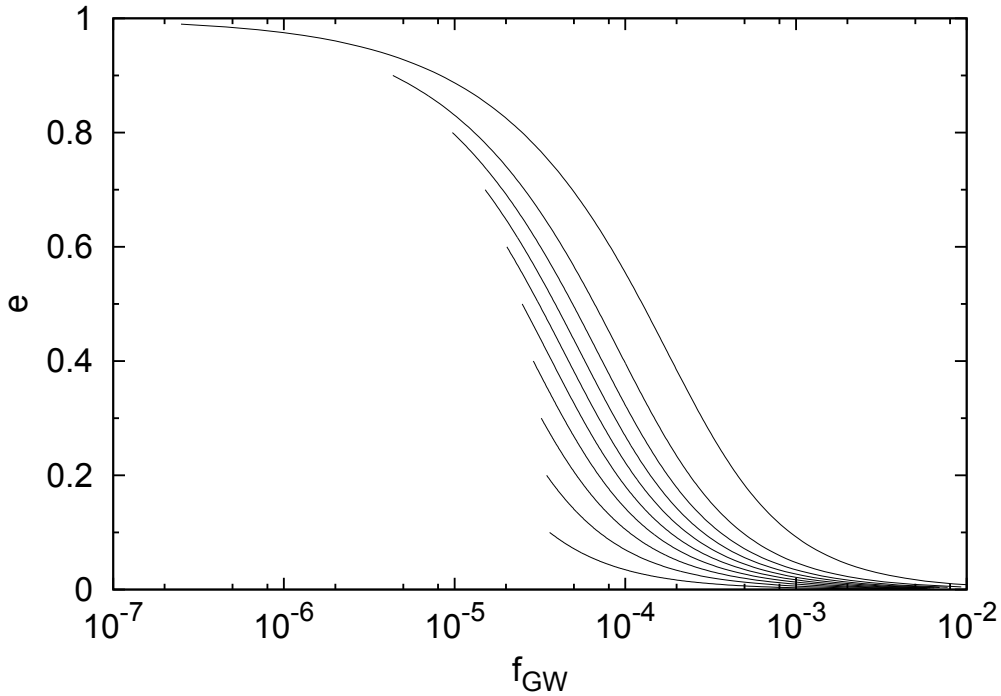
gdzie  $c_0 = (e_0^{12/19} [1 + \frac{121}{304} e_0^2]^{1305/2299}) (1 - e_0^2)^{-1}$ ,  $P_0$  jest początkowym okresem orbitalnym a  $f_{GW}(e)$  jest częstością pierwszej nie-zerowej harmoniki. Fundamentalna częstość fali grawitacyjnej jest równa podwojonej częstości orbitalnej,  $f_{GW} = 2f_{orb} = \frac{2}{P_{orb}}$ .

Zależność ekscentryczności od częstości pokazuje rysunek 4.1. Dla przykładu pokazaliśmy ewolucję układu złożonego z dwóch gwiazd neutronowych o równych masach  $1.4 M_\odot$ . Początkowy rozmiar orbity został tak dobrany, aby czas do złania się tego układu wynosił  $T_{merg} = 10^4$  Myr. Narysowanych jest kilka linii odnoszących się do różnych ekscentryczności początkowych w zakresie od 0.1 do 0.99.

Wyraźnie widać jak szybko maleje ekscentryczność z częstością. Im wyższa częstość, tym bliżej układ jest koalescencji. Wydaje się, że jedynym sposobem na zachowanie znaczącej ekscentryczności tuż przed koalescencją, jest bardzo duża wartość tego parametru na początku ewolucji.

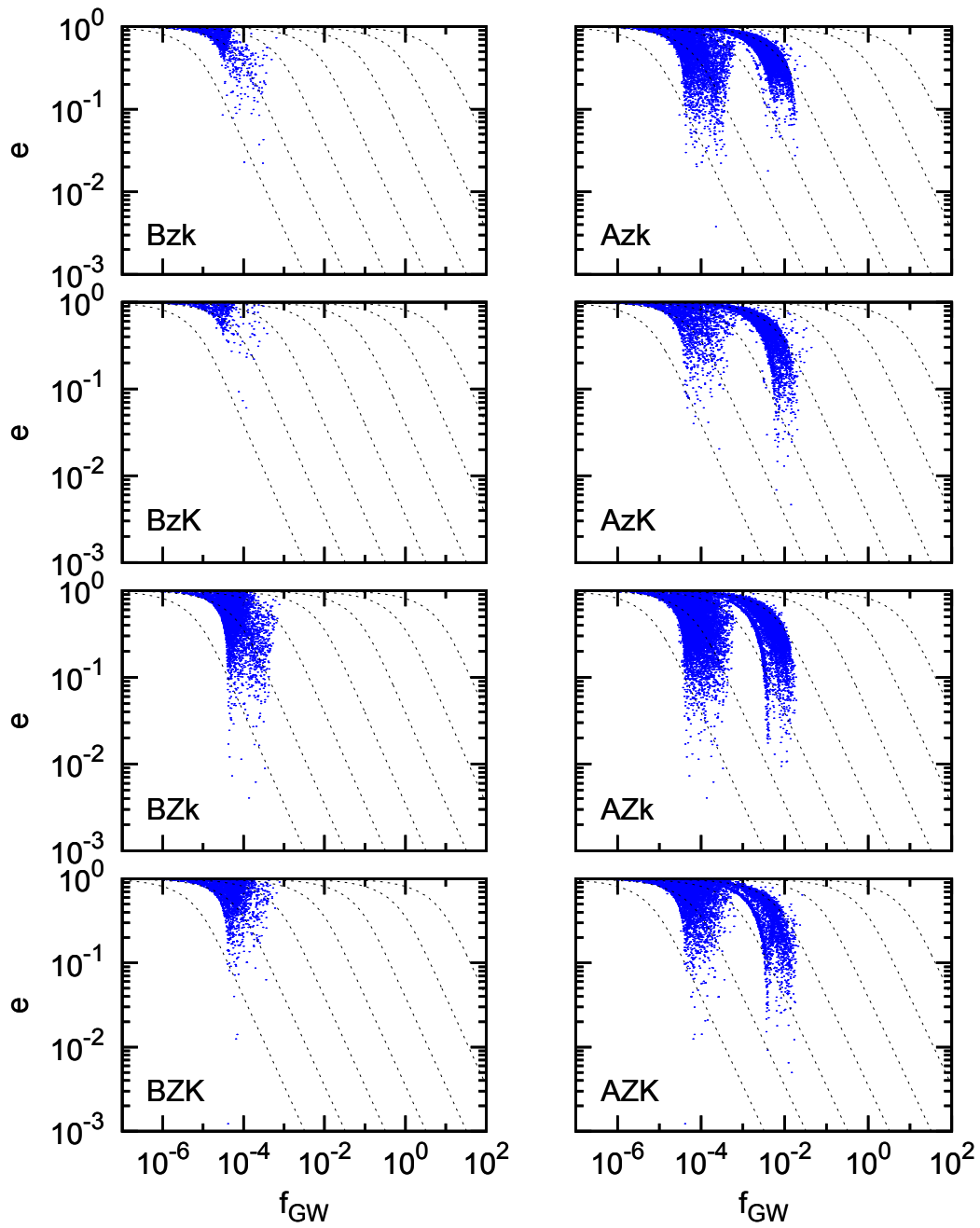
## 4.3. Początkowe właściwości populacji.

To jak ważny jest efekt ekscentryczności w dużej mierze zależy od początkowych własności populacji układów podwójnych obiektów zwartych. W kolejnej sekcji przedstawiamy analizę parametrów populacji układów otrzymanych za pomocą symulacji programu **StarTrack**. W szczególności interesuje nas czy jest możliwe powstanie układu podwójnego złożonego z dwóch obiektów zwartych, którego ekscentryczność będzie duża. Na tyle duża, aby proces cyrkularyzacji orbity nie usunął jej w całości zanim obiekt będzie widoczny w detektorach fal grawitacyjnych.



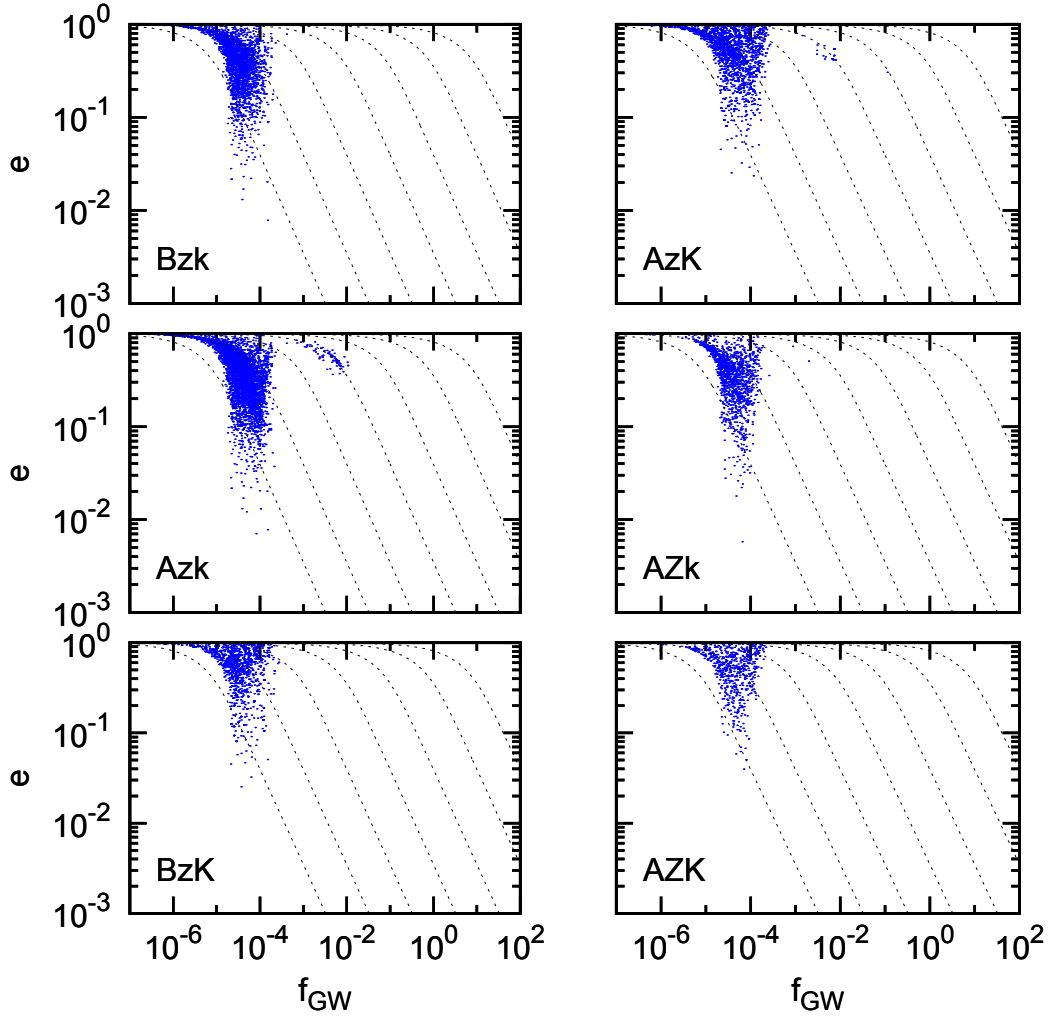
Rysunek 4.1: Ewolucja ekscentryczności przy różnych wartościach początkowych tego parametru od  $e = 0.1$  (pierwsza linia od dołu) do  $e = 0.99$  (pierwsza linia od góry). Rozmiar orbity został dobrany w ten sposób, aby każdy z układów zlał się po upływie  $T_{merg} = 10$  Gyr.

Rysunki 4.2-4.4 prezentują wszystkie układy (podwójne gwiazdy neutronowe, podwójne czarne dziury oraz układy mieszane, odpowiednio). Na osi poziomej odłożona jest częstość fal grawitacyjnych emitowanych w chwili narodzin układu (przedstawiona częstość odnosi się do modu fundamentalnego, w ogólności ekscentryczna orbita powoduje emisję w wielu częstościach). Na osi pionowej zaś widoczna jest ekscentryczność. Dla lepszego zobrazowania wielu dekad użyliśmy skali logarytmicznej na obu osiach. Każdy rysunek składa się z kilku paneli odpowiadających rozważanym modelom. Punkty widoczne na rysunkach to układy podwójne otrzymane w symulacji. Linie pokazują ewolucję parametrów na wskutek emisji fal grawitacyjnych. Pierwsza linia po lewej stronie odpowiada początkowej częstości  $f_0 = 10^{-8}$  Hz, zaś skrajna prawa częstości  $f_0 = 10^8$  Hz. W miarę upływu czasu wybrany układ powinien przemieszczać się wzdłuż linii, na której się aktualnie znajduje. Daje nam to pewne

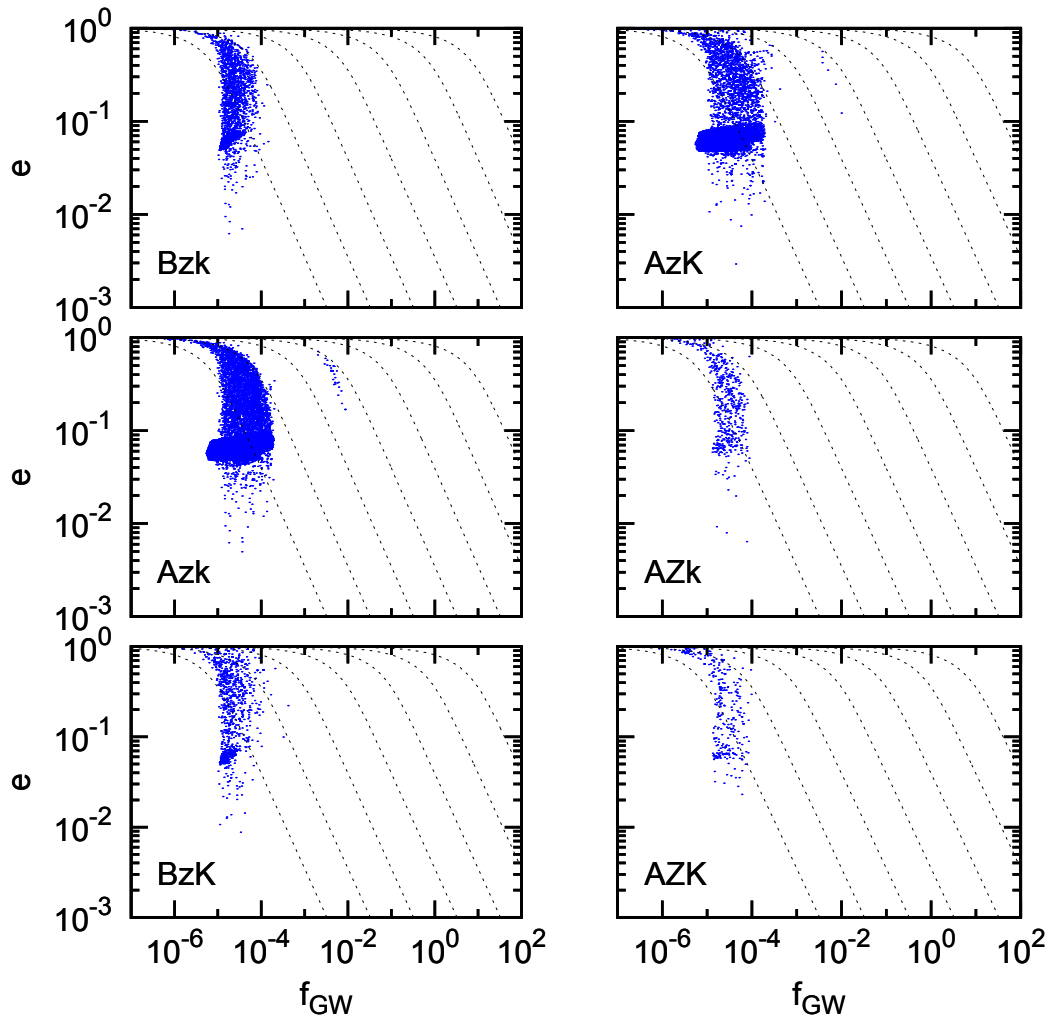


Rysunek 4.2: Parametry populacji podwójnych gwiazd neutronowych uzyskanych za pomocą kodu *StarTrack*. Na rysunku widoczne są tylko te układy, których czas do koalescencji jest krótszy od czasu Hubble'a. Czarne linie przerywane odpowiadają ścieżkom ewolucyjnym dla obiektów o początkowej częstotliwości  $f_0 = 10^{-8}$  Hz (pierwsza linia po lewej stronie) do  $f_0 = 10^2$  Hz (pierwsza linia po prawej stronie).





Rysunek 4.3: Parametry populacji układów złożonych z czarnej dziury i gwiazdy neutronowej uzyskanych za pomocą kodu StarTrack. Na rysunku widoczne są tylko te układy, których czas do koalescencji jest krótszy od czasu Hubble’a. Czarne linie przerywane odpowiadają ścieżkom ewolucyjnym dla obiektów o początkowej częstotliwości  $f_0 = 10^{-8}$  Hz (pierwsza linia po lewej stronie) do  $f_0 = 10^2$  Hz (pierwsza linia po prawej stronie).



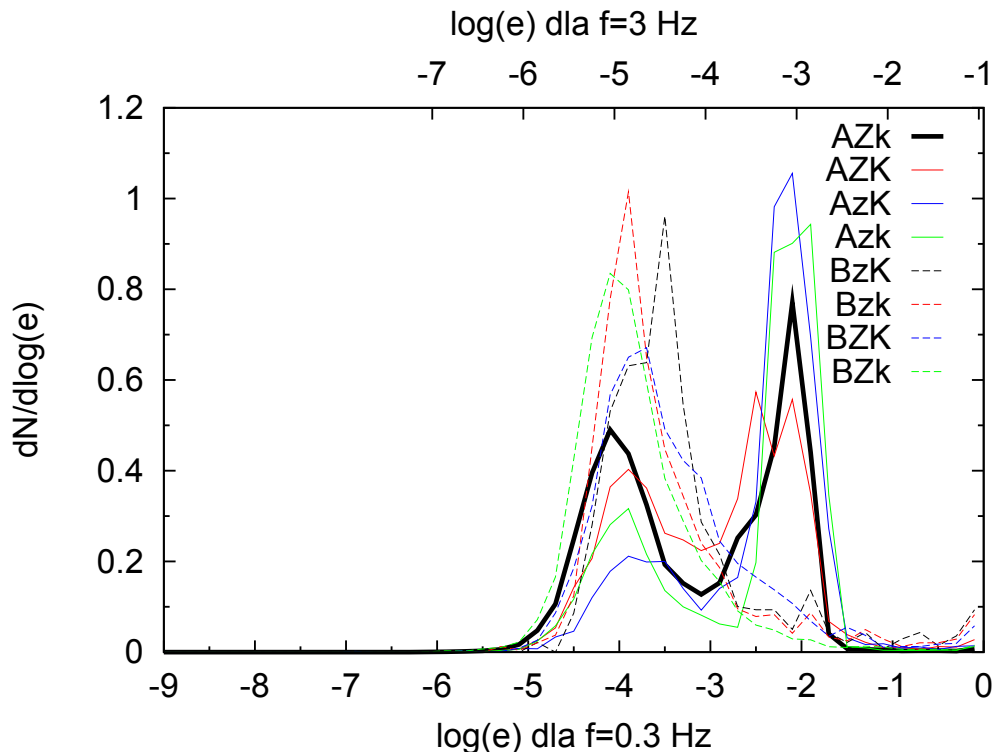
Rysunek 4.4: Parametry populacji podwójnych czarnych dziur uzyskanych za pomocą kodu *StarTrack*. Na rysunku widoczne są tylko te układy, których czas do koalescencji jest krótszy od czasu Hubble’a. Czarne linie przerywane odpowiadają ścieżkom ewolucyjnym dla obiektów o początkowej częstotliwości  $f_0 = 10^{-8}$  Hz (pierwsza linia po lewej stronie) do  $f_0 = 10^2$  Hz (pierwsza linia po prawej stronie).

oszacowanie na wielkości, których możemy się spodziewać w okolicy czułości naszych detektorów. Patrząc na drugą kolumnę paneli na rysunku 4.2 zauważamy podwójną strukturę. Podwójne gwiazdy neutronowe układają się wzdłuż dwóch wyraźnie zaznaczonych gałęzi. Zjawisko to nie występuje w modelach oznaczonych B. Brak obiektów po lewej stronie wykresu spowodowany jest tym, że rozważamy tylko te układy, których czas do koalescencji jest krótszy od czasu Hubble’a. Gałąź po lewej stronie to podwójne gwiazdy neutronowe, które powstały poprzez klasyczny kanał ewolucyjny. Z dwóch masywnych gwiazd ciągu głównego ta masywniejsza ewoluowała szybciej, aż w końcu wypełniła swą powierzchnię Roche’a. Rozpoczął się stabilny transfer masy. Następnie masywniejsza gwiazda zakończyła swoje życie w wybuchu supernowej, w wyniku czego powstała pierwsza gwiazda neutronowa. W tym czasie ewolucja drugiej gwiazdy sprawiła, że teraz ona wypełniła swoją powierzchnię Roche’a, co spowodowało rozpoczęcie niestabilnego transferu masy. Przepływ materii był gwałtowny, co było bezpośrednią przyczyną nagłego zmniejszenia się rozmiarów orbity. Gwiazda neutronowa wpadła pod otoczkę olbrzyma. W układzie było dostatecznie dużo energii, żeby odrzucić otoczkę. Powstał układ złożony z gwiazdy neutronowej i nagiego, helowego jadra olbrzyma. Gwiazda helowa kontynuowała swoją ewolucję wybuchając jako supernowa i tworząc drugą gwiazdę neutronową. Gałąź po prawej stronie tworzą układy zwane ultra-zwartymi (ultra-compact), które pierwszą wspólną otoczkę zainicjowały kiedy donor był na tak zwanej przerwie Hertzsprunga (modele oznaczone literą A i + w tabelce). Jeśli pozwolimy takim układom przeżyć (jak to ma miejsce w przypadku modeli A), mają one szansę przejść przez drugą wspólną otoczkę kiedy donorem jest gwiazda helowa. Dochodzi wtedy do kolejnego gwałtownego zacieśnienia orbity, co przekłada się na większą częstość przy tej samej ekscentryczności układu. Efekt ten nie występuje w przypadku modeli B, gdyż pozbywamy się wszystkich układów, które mogą kontrybuować do prawej gałęzi. Z rysunków wynika ponadto, że wielkość odrzutu podczas wybuchu supernowej nie ma dużego znaczenia. Zarówno kształt dystrybucji jak i ilość powstałych układów nie zmienia się w sposób znaczący. W przypadku układów zawierających czarne dziury w znakomitej większości nie mamy do czynienia z układami ultra-ciasnymi. Gdy w układzie jeden ze składników jest gwiazdą helową, a drugi czarną dziurą, różnica mas tych obiektów jest niewystarczająca do zainicjowania niestabilnego transferu masy, a co za tym idzie do wspólnej otoczki. Zamiast tego mamy najczęściej do czynienia ze sta-

bilnym przepływem masy z towarzysza na czarną dziurę. Orbita w tym przypadku zacieśnia się powoli (zupełnie inaczej niż przy przejściu przez fazę wspólnej otoczki). Na rysunku 4.4 widoczne jest wyraźne zagęszczenie punktów w okolicy  $e \sim 0.1$  i  $10^{-5} < f_{gw} < 10^{-4}$  Hz. Są to układy, w których druga czarna dziura powstała wskutek bezpośredniego zapadnięcia się. Nie wystąpiło zjawisko wybuchu supernowej. W kodzie numerycznym StarTrack zakłada się, że podczas zapadania się gwiazda traci 10% swojej masy w procesie emisji neutrin i fal grawitacyjnych. A zatem masa powstającej czarnej dziury jest 10% mniejsza niż gwiazdy, która ją utworzyła. Emisja nie jest symetryczna, co powoduje ową niewielką ekscentryczność, którą obserwujemy.

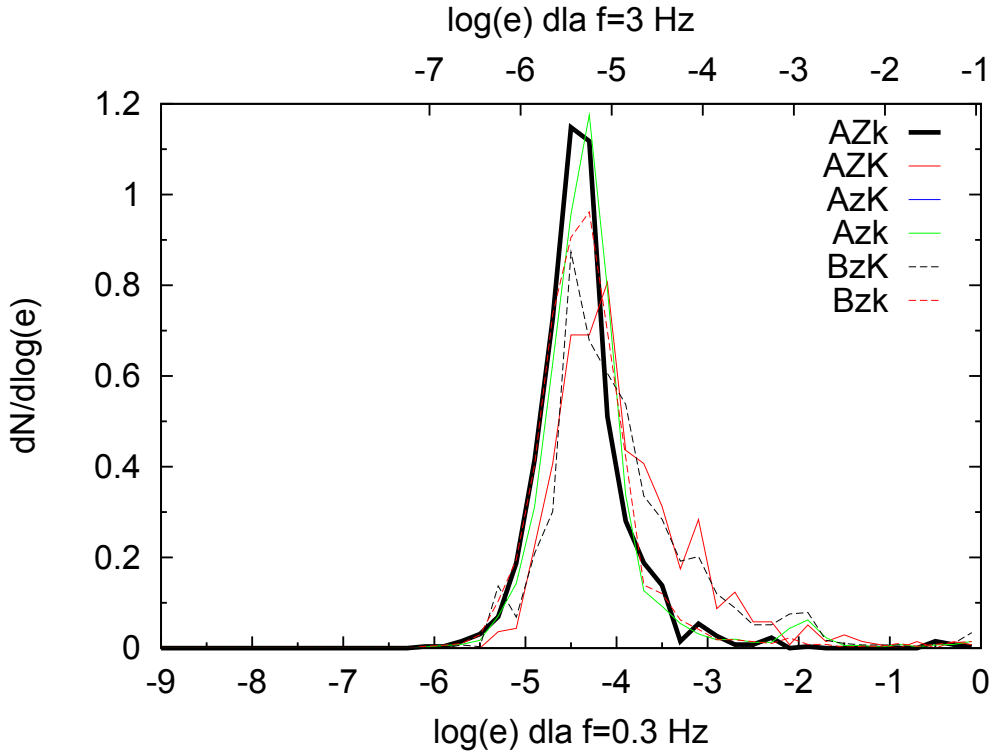
#### 4.4. Ekscentryczność w oknie czułości detektorów.

Detektory fal grawitacyjnych nie będą obserwowały układów podwójnych w momencie ich formacji, ale znacznie później. Dlatego potrzebna jest analiza ewolucji parametrów orbity w czasie. Zakładamy przy tym, że na układ nie wpływają żadne siły zewnętrzne, a zmiana parametrów orbitalnych wynika wyłącznie z emisji fal grawitacyjnych. Rozważaliśmy trzy rodzaje detektorów, które w bliższej lub dalszej przyszłości będą operowały. Najszybciej, bo już w 2014-2015 roku ukończona zostanie przebudowa istniejących detektorów LIGO i VIRGO. Modernizacja ma na celu zwiększenie czułości tych instrumentów o rząd wielkości co przełoży się na znaczący wzrost zasięgu prowadzonych obserwacji. Jako detektory naziemne, nie będą one mogły operować w niskich częstotliwościach. Przewidywana granica czułości to około 30 Hz. Einstein Telescope (ET), który ma znajdować się pod powierzchnią ziemi, będzie czuły już od 3 Hz. Natomiast planowana misja satelitarna DECIGO w zamierzeniach konstruktorów sięgnie nawet 0.3 Hz. W niniejszym opracowaniu rozważamy rozkład ekscentryczności naszych populacji w tych trzech częstotliwościach. W zastosowanym przybliżeniu nie uwzględniamy indywidualnych krzywych czułości poszczególnych detektorów. Jedynym kryterium była tu częstość, w której będą one obserwowały. Sprawia to, że uzyskane wyniki będą znajdowały zastosowanie w odniesieniu do wszystkich detektorów o podobnym zakresie czułości. Częstość emitowanej fali grawitacyjnej jest tu ekwiwalentem czasu, który upłynie od formacji układu. Im większa częstość, tym więcej czasu upłynęło. A zatem otrzymane rozkłady można traktować jako kolejne stadia ewoluującej populacji.



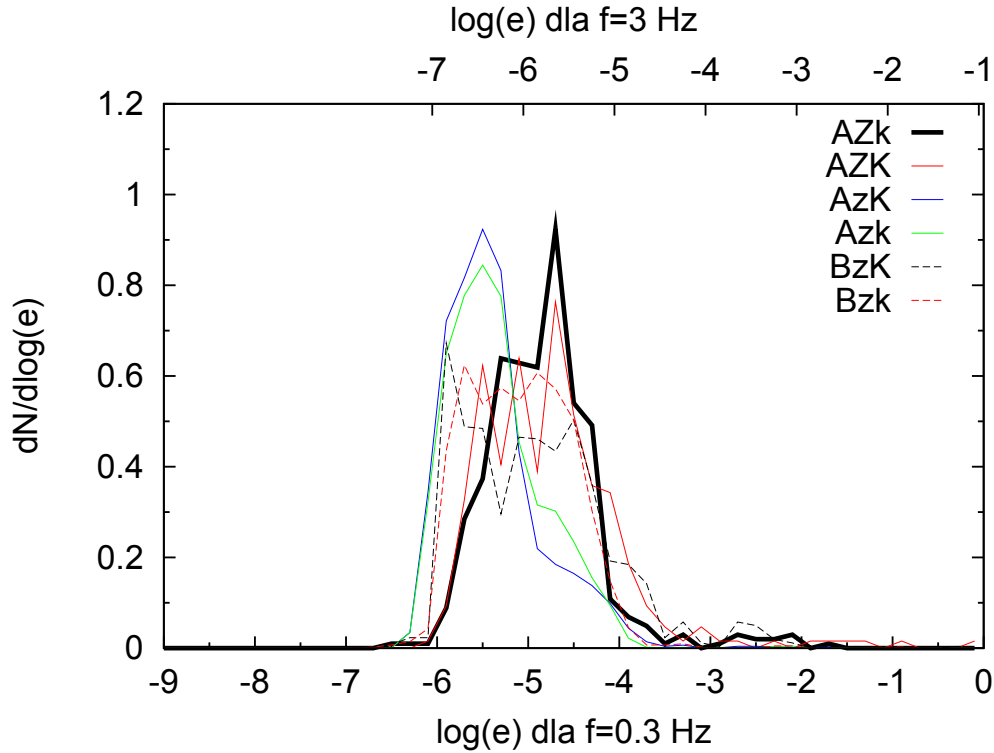
Rysunek 4.5: Rozkład ekscentryczności podwójnych gwiazd neutronowych. Górna pozioma oś przedstawia rozkład widziany na 0.3 Hz (detektory podobne do DECIGO), a dolna na 3 Hz (detektory podobne do ET). Gruba ciągła linia odpowiada standardowemu modelowi (AZK). Kolorowe ciągłe linie odzwierciedlają rozkłady dla modeli oznaczonych literą A, zaś kreskowane odpowiadają modelom oznaczonym B.

Rysunki 4.5-4.7 prezentują otrzymane wyniki dla poszczególnych grup obiektów zwartych. Dolna pozioma oś przedstawia logarytm ekscentryczności detektorów typu DECIGO, górna zaś odnosi się do detektorów typu ET. Kształt dystrybucji dla wszystkich trzech zakresów częstotliwości jest identyczny. Wynika to z kształtu zależności częstotliwości od ekscentryczności, który na skali logarytmicznej jest linią prostą w szerokim zakresie parametrów (patrz linie przerywane na rys 4.2, 4.3 lub 4.4). Każdy wykres zawiera rozkład ekscentryczności policzony dla rozważanych modeli. Na rysunku 4.5 przedstawione są podwójne gwiazdy neutronowe. Wyraźnie widoczna jest dwumodalna struktura we wszystkich modelach oznaczonych literą A. Jest to wynik istnienia dwóch gałęzi widocznych na rysunku przedstawiającym parametry w czasie formacji (rysunek 4.2). Jedno z maksimum zlokalizowane jest w okolicy  $e \sim 10^{-5}$



Rysunek 4.6: Rozkład ekscentryczności podwójnych czarnych dziur. Górna pozioma oś przedstawia rozkład widziany na widziany na 0.3Hz (detektory podobne do DECIGO), a dolna na 3Hz (detektory podobne do ET). Gruba ciągła linia odpowiada standardowemu modelowi (AZK). Kolorowe ciągłe linie odzwierciedlają rozkłady dla modeli oznaczonych literą A, zaś kreskowane odpowiadają modelom oznaczonym B.

(ET:  $10^{-4}$ ) i występuje ono we wszystkich modelach. Drugie zaś tworzą ultra-ciasne układy w okolicy  $e \sim 10^{-4}$  (ET:  $10^{-3}$ ) obecne tylko w modelach z literą A. Układy przedstawione na rysunku 4.6 składają się z gwiazdy neutronowej i czarnej dziury. Tutaj wyraźne jest tylko jedno maksimum zlokalizowane w okolicy  $e \sim 10^{-5}$  (ET:  $10^{-6}$ ). Podobnie sytuacja wygląda na rysunku 4.7, gdzie prezentowane są podwójne czarne dziury. Tu dystrybucja jest nieco szersza, a jej maksimum zawiera się między  $e \sim 10^{-6}$  (ET:  $10^{-7}$ ) i  $e \sim 10^{-4}$  (ET:  $10^{-5}$ ). Aby uzyskać wyniki dla detektorów typu advLIGO i advVIRGO wystarczy przeskalować dane z rysunków 4.5-4.7. Rozkład powinien być przesunięty o czynnik  $10^{-19/18}$  dla każdej dekady częstotliwości. A zatem maksima rozkładów wypadną przy jeszcze mniejszych ekscentrycznościach niż to miało miejsce dla ET czy DECIGO. Wyniki te sugerują, że układy znalezione



Rysunek 4.7: Rozkład ekscentryczności układów mieszanych (czarna dziura i gwiazda neutronowa). Górna pozioma oś przedstawia rozkład widziany na widziany na 0.3 Hz (detektory podobne do DECIGO), a dolna na 3 Hz (detektory podobne do ET). Gruba ciągła linia odpowiada standardowemu modelowi (AZK). Kolorowe ciągłe linie odzwierciedlają rozkłady dla modeli oznaczonych literą A, zaś kreskowane odpowiadają modelom oznaczonym B.

przez advLIGO/advVIRGO będą miały w bardzo dobrym przybliżeniu kołowe orbity. Oznacza to, że nie ma konieczności uwzględniania tego parametru przy analizie danych. Aby lepiej zobrazować skalę zjawiska, umieściliśmy w tabeli 4.3 procent układów o ekscentryczności większej niż 0.01. W nawiasach podana jest bezwzględna liczba takich układów w danej symulacji.

Aby nasze wyniki były łatwe do zastosowania w symulacjach numerycznych, do każdej dystrybucji dopasowaliśmy rozkład Gaussa. W przypadku układów zawierających czarne dziury wystarczył zwyczajny rozkład log-normalny:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4.2)$$

Tablica 4.3: Procent układów, których ekscentryczność przekracza  $10^{-2}$ . Górna tabela pokazuje wyniki dla podwójnych gwiazd neutronowych (BNS), środkowa dla układów mieszanych (NSBH), a dolna dla podwójnych czarnych dziur (BBH). Prezentowane wartości odpowiadają momentom, w których układy wchodzą w określony zakres częstości (30 Hz, 3 Hz, i 0.3 Hz). W nawiasach umieszczona jest też bezwzględna liczba tych układów. Liczba cyfr znaczących nie odzwierciedla niepewności statystycznych, które są na poziomie  $N^{-1/2}$ .

BNS						
	30 Hz		3 Hz		0.3 Hz	
AZK	0.60%	(51)	1.32%	(112)	11.13%	(945)
BZK	1.27%	(36)	2.33%	(66)	6.52%	(185)
AZk	0.16%	(27)	0.38%	(64)	10.37%	(1732)
BZk	0.30%	(15)	0.75%	(37)	2.22%	(110)
AzK	0.29%	(25)	0.96%	(83)	21.74%	(1880)
BzK	1.87%	(13)	4.02%	(28)	9.33%	(65)
Azk	0.26%	(37)	0.57%	(81)	26.91%	(3799)
Bzk	1.74%	(21)	3.31%	(40)	7.79%	(94)
NSBH						
	30 Hz		3 Hz		0.3 Hz	
AZK	0.29%	(2)	0.73%	(5)	3.05%	(21)
AZk	0.15%	(2)	0.54%	(7)	0.61%	(8)
AzK	0.56%	(14)	0.96%	(24)	3.96%	(99)
BzK	0.68%	(10)	1.23%	(18)	3.63%	(53)
Azk	0.35%	(15)	0.78%	(34)	2.81%	(122)
Bzk	0.33%	(8)	0.91%	(22)	1.53%	(37)
BBH						
	30 Hz		3 Hz		0.3 Hz	
AZK	0.31%	(1)	0.62%	(2)	1.87%	(6)
AzK	0.02%	(3)	0.02%	(4)	0.13%	(23)
BzK	0.15%	(2)	0.15%	(2)	0.46%	(6)
Azk	0.00%	(1)	0.01%	(2)	0.03%	(6)



gdzie  $x = \log e$ ,  $\mu$  jest średnią, a  $\sigma$  odchyleniem standardowym rozkładu.

Do podwójnej struktury gwiazd neutronowych wykorzystaliśmy złożenie dwóch takich rozkładów:

$$f(x) = \frac{w}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) + \frac{(1 - w)}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right), \quad (4.3)$$

gdzie  $x = \log e$ ,  $\mu_1$  jest średnią dla pierwszego maksimum,  $\mu_2$  jest średnią drugiego maksimum,  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  są odchyleniami standardowymi pierwszego i drugiego rozkładu, odpowiednio, a  $w$  jest zastosowaną wagą.

Do wyznaczenia parametrów rozkładu oraz standardowego błędu zastosowaliśmy algorytm Marquard-Levenberg. Wyniki dopasowania dostępne są w tabeli 4.4.

Tablica 4.4: Parametry dopasowania rozkładu log normalnego wraz z błędami asymptycznymi.

BNS			
	$\sigma_1$ :	$0.47 \pm 0.04$	
	$\sigma_2$ :	$0.39 \pm 0.03$	
	$w$ :	$0.46 \pm 0.03$	
	0.3 Hz	3 Hz	30 Hz
$\mu_1$	$-3.83 \pm 0.04$	$-4.89 \pm 0.04$	$-5.94 \pm 0.04$
$\mu_2$	$-2.32 \pm 0.03$	$-3.38 \pm 0.03$	$-4.43 \pm 0.03$
NSBH			
	$\sigma$ :	$0.55 \pm 0.03$	
	0.3 Hz	3 Hz	30 Hz
$\mu$	$-4.18 \pm 0.04$	$-5.23 \pm 0.03$	$-6.27 \pm 0.03$
BBH			
	$\sigma$ :	$0.70 \pm 0.03$	
	0.3 Hz	3 Hz	30 Hz
$\mu$	$-4.91 \pm 0.08$	$-5.95 \pm 0.03$	$-7.06 \pm 0.03$

Wpływ ekscentryczności układów złożonych z dwóch czarnych dziur jest zaniebdywalny. Wynika to z dwóch faktów. Po pierwsze, gdy taki układ wchodzi w zakres

czułości rozważanych detektorów, jest on już bardzo bliski zlania się (częstość koalescencji skaluje się z masą i jest tym niższa im wyższa jest masa). Po drugie, odrzut jakiego doznaje czarna dziura w momencie formacji w wybuchu supernowej jest dużo mniejszy niż w przypadku gwiazd neutronowych. A zatem już na początku tego typu układy mają mniejsze ekscentryczności. Układy mieszane (złożone z czarnej dziury i gwiazdy neutronowej) mają typowo nieco większe ekscentryczności, ale ich liczba względem innych typów układów jest mała. Dlatego nie będą one miały znaczenia przy analizie danych. W zakresie czułości detektorów typu DECIGO znajdzie się około 3–4% układów o ekscentryczności przekraczającej 0.01. Największe nadzieje na wykrycie ekscentrycznych układów wiążemy z podwójnymi gwiazdami neutronowymi. Spodziewamy się, że w detektorach typu ET powinno znaleźć się bardzo dużo układów z gwiazdami neutronowymi. Dla detektorów o czułości zbliżonej do DECIGO spodziewamy się, że 2 – 27% układów będzie miało znaczącą ekscentryczność (powyżej 0.01). Tak duża rozbieżność wynika z niepewności związanej z istnieniem kanału ewolucyjnego prowadzącego do powstawania ultra-ciasnych układów. W przyszłości obserwacje mogą przynieść rozstrzygnięcie tej kwestii oraz wykluczenie niektórych scenariuszy ewolucyjnych.

## 5. Stochastyczne tło fal grawitacyjnych.

Niemal każde gwałtowne wydarzenie we Wszechświecie jest źródłem fal grawitacyjnych o różnych częstościach. Te bliskie lub wyjątkowo energetyczne będą widoczne w naszych detektorach jako indywidualne zjawiska wybijające się wyraźnie ponad szum. Sygnały od tych słabszych, których będzie dużo więcej, najprawdopodobniej zleją się i utworzą tak zwane stochastyczne tło. Może ono pochodzić od zjawisk kosmologicznych (patrz rozdział 2.3.1), takich jak pozostałości po Wielkim Wybuchu (Grishchuk i in. 2001), kosmiczne struny (Vilenkin & Shellard 2000) czy era inflacji (Grishchuk 1993; Starobinskij 1979). Z drugiej strony istnieje całe bogactwo obiektów astrofizycznych, które będą produkowały tło fal grawitacyjnych (Regimbau 2011). Należą do nich między innymi wybuchy supernowych, ciągła emisja pulsarów czy koalescencje obiektów zwartych (patrz rozdział 2.3.2). Na tej ostatniej grupie skupiona jest uwaga w niniejszym rozdziale. Superpozycja sygnałów grawitacyjnych pochodzących od dużej populacji układów podwójnych będzie obserwowana jako tło fal grawitacyjnych. Ze względu na nakładanie się sygnałów od różnych źródeł, nie będzie możliwa analiza każdego z osobna. To co będzie możliwe to statystyczna analiza powstałego widma. W literaturze najczęściej stochastyczne tło fal grawitacyjnych opisywane jest za pomocą bezwymiarowego parametru określającego gęstość energii (Allen & Romano 1999):

$$\Omega_{gw}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{gw}}{d \ln f}, \quad (5.1)$$

gdzie  $\rho_{gw}$  jest gęstością energii grawitacyjnej, a  $\rho_c = \frac{3c^2 H_0^2}{8\pi G}$  jest krytyczną gęstością energii, która jest potrzebna, aby dzisiejszy Wszechświat pozostawał płaski.

W dalszej części rozdziału przedstawione zostaną dwa zagadnienia, które dają okazję do zaprezentowania dwóch różnych podejść do liczenia tła fal grawitacyjnych. Ze względu na specyfikę każdego z nich można zastosować różne założenia, które upraszczają całą procedurę.

## 5.1. Gwiazdy populacji III.

Pierwsze gwiazdy, które powstały w młodym Wszechświecie zbudowane były niemal wyłącznie z wodoru i helu. Tylko te dwa pierwiastki były wówczas dostępne. Mówi się o nich, że były pozbawione metali. Metaliczność gwiazdy odgrywa bardzo dużą rolę w procesie jej powstawania, jak również w jej późniejszej ewolucji. Pierwsze gwiazdy, nazywane gwiazdami populacji III, nie zostały bezpośrednio zaobserwowane. Ich własności były jednak badane metodami symulacji numerycznych (Heger i in. 2001; Baraffe i in. 2001; Tan 2008), które wykazały, że gwiazdy te mogły osiągać niezwykle duże masy rzędu kilkuset mas Słońca. Im mniej metali zawiera gwiazda, tym mniejsze są wiatry gwiazdowe podczas jej ewolucji. A zatem nie tylko obiekty populacji III powstawały z dużymi masami, ale też nie traciły jej w ciągu swojego życia. Dodatkowo ze względu na dużą masę, ewolucja odbywała się w bardzo szybkiej skali czasowej. Te trzy czynniki sprawiają, że po gwiazdach populacji III powinno zostać sporo masywnych czarnych dziur. Początkowy rozkład mas populacji III jest wciąż przedmiotem dyskusji. Symulacje zapadającego się obłoku wodorowo-helowego pokazują, że rozkład rozciąga się do dużych wartości. Problematiczna jest jednak dolna granica mówiąca o najmniej masywnych członkach populacji. Wciąż nie obserwuje się mało masywnych gwiazd o zerowej metaliczności, co może sugerować obcięcie początkowego rozkładu mas na wyższych wartościach niż ma to miejsce w przypadku współczesnych populacji gwiazdowych. Wśród gwiazd populacji I i II ponad połowa znajduje się w układach podwójnych bądź wielokrotnych. W przypadku populacji III wciąż nie jest pewne, czy mogły one powstawać w układach podwójnych, choć pewne symulacje hydrodynamiczne sugerują, że taka konfiguracja może być stabilna (Saigo i in. 2004; Machida i in. 2008). Pokazują one, że podczas zapadania się obłoku gazowego może wystąpić struktura podobna do poprzeczki, która w konsekwencji może prowadzić do podziału pierwotnego obłoku na dwa składniki tworzące później układ podwójny. Niedawne prace (Turk i in. 2009; Stacy i in. 2010; Greif i in. 2011; Clark i in. 2011; Stacy i in. 2012) wykazują podobne wyniki. W takim wypadku Wszechświat powinien być wypełniony układami podwójnymi masywnych czarnych dziur pochodzenia gwiazdowego. Byłyby one doskonałymi źródłami fal grawitacyjnych. Prawdopodobnie sygnał od tej klasy obiektów będzie widoczny w postaci tła fal grawitacyjnych, a nie pojedynczych obiektów.

### 5.1.1. Model gwiazd.

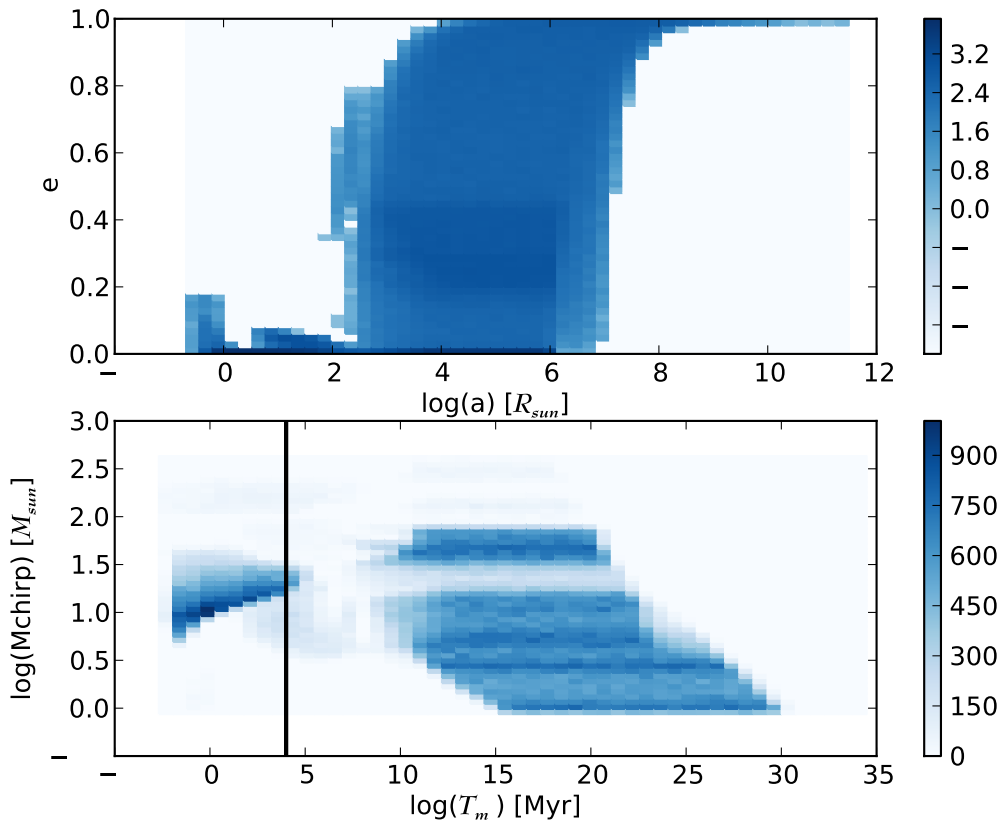
Próbkę gwiazd populacji III uzyskaliśmy za pomocą kodu numerycznego do syntezy populacji `StarTrack`, którego szczegółowy opis prezentują artykuły Belczynski i in. (2004, 2007). Kod przeprowadza ewolucję gwiazdy w oparciu o wyniki przedstawione przez Heger i in. (2001), Baraffe i in. (2001) i Marigo i in. (2001). Możemy śledzić za jego pomocą wszystkie etapy ewolucji gwiazdy oraz procesy zachodzące w układzie podwójnym takie jak transfer masy czy wspólna otoczka. Założyliśmy, że początkowy rozkład mas składnika pierwotnego będzie rozkładem potęgowym o wartościach między  $10 M_{\odot}$  a  $500 M_{\odot}$  oraz nachyleniu  $-2.35$ . Parametrem determinującym masę drugiego składnika jest stosunek mas, który losowany jest z rozkładu płaskiego. Rozkład wielkich półośi układów jest płaski w logarytmie. Minimalna odległość między składnikami zdeterminowana jest przez warunek, że na zerowym ciągu głównym (ZAMS) gwiazdy nie mogą się stykać ( $a_{min} = 1.3(R_1 + R_2)$ ). Górna granica wynosi  $a_{max} = 10^6 R_{\odot}$  i została wybrana tak, aby w ciągu ewolucji w układzie podwójnym dochodziło do interakcji między składnikami (wymiana masy itp.). W przeciwnym wypadku układy takie nie zacieśniają swojej orbity w sposób znaczący i ich wkład do całkowitego tła fal grawitacyjnych będzie w rejonie bardzo niskich częstości (poniżej  $10^{-11}$  Hz). Ilość układów podwójnych w stosunku do całkowitej liczby gwiazd jest nazywany ułamkiem binarnym, który zdefiniowany jest w następujący sposób:

$$f_b = \frac{N_{bin}}{N_{bin} + N_{sing}}, \quad (5.2)$$

gdzie  $N_{bin}$  to liczba układów podwójnych, a  $N_{sing}$  to liczba układów pojedynczych, czyli liczba gwiazd, które nie tworzą układów wielokrotnych. W naszych obliczeniach przyjmujemy wartość tego parametru równą  $f_b = 0.1$ , co oznacza, że wśród jedenastu gwiazd dwie związane są grawitacyjnie tworząc układ podwójny.

Za pomocą syntezy populacji śledziliśmy ewolucję  $10^6$  układów podwójnych, których parametry zostały wybrane w sposób losowy z opisanych wyżej rozkładów. Otrzymaliśmy 462496 układów podwójnych obiektów zwartych, które poddaliśmy dalszej analizie. Rysunek 5.1.1 pokazuje podstawowe parametry otrzymanej próbki. Górny panel pokazuje jak rozkładają się wielkie półośie oraz spłaszczenie orbity. Warto zwrócić uwagę na fakt, że początkowy rozkład ekscentryczności jest dosyć

szeroki - ponad 60% układów posiada ekscentryczność większą niż 0.1. Dolny panel prezentuje masę „chirp” oraz czas jaki pozostał układowi do złania się.



Rysunek 5.1: Rozkład parametrów układów podwójnych obiektów zwartych w momencie ich powstawania. Górny panel pokazuje parametry orbitalne - wielką półoś oraz ekscentryczność. Gęstość na rysunku odpowiada logarytmowi liczby układów. Dolny panel przedstawia masę „chirp” oraz czas do złania się układu. Gęstość jest w skali liniowej i odpowiada liczbie układów o danych parametrach. Pionowa linia odpowiada czasowi Hubble’a.

Znacząca część badanych przez nas obiektów wykazuje duże spłaszczenie orbity. W naszych obliczeniach uwzględniliśmy więc wpływ ekscentryczności na końcowe wyniki. Szczegółowy opis sygnału grawitacyjnego pochodzącego od ekscentrycznego układu został przedstawiony w rozdziale 2.3.3.

### 5.1.2. Tło fal grawitacyjnych - wprowadzenie.

Całkowita gęstość energii zgromadzonej w falach grawitacyjnych mierzona dzisiaj jest związana z parametrem zdefiniowanym za pomocą wzoru 5.1 ( $\Omega(f)$ ) oraz ze szczególną postacią amplitudy fali (Phinney 2001):

$$\mathcal{E}_{gw} = \int_0^\infty \rho_c c^2 \Omega_{gw}(f) \frac{df}{f} = \int_0^\infty \frac{\pi c^2}{4G} f^2 h_c^2(f) \frac{df}{f}. \quad (5.3)$$

Z drugiej strony  $\mathcal{E}_{gw}$  to nic innego jak suma energii wypromieniowanej przez wszystkie źródła znajdujące się na różnych przesunięciach ku czerwieni.

$$\mathcal{E}_{gw} = \int_0^\infty \int_0^\infty N(z) \frac{1}{1+z} f_r \frac{dE_{gw}}{df_r} dz \frac{df}{f}, \quad (5.4)$$

gdzie  $f_r = f(1+z)$  uwzględnia różnicę między częstotliwością w układzie odniesienia źródła i obserwatora związaną z ekspansją Wszechświata, a  $N(z)$  jest liczbą źródeł znajdujących się w przedziale przesunięć ku czerwieni ( $z, z+1$ ).

Porównując (5.3) i (5.4), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \rho_c c^2 \Omega_{gw}(f) &= \frac{\pi c^2}{4G} f^2 h_c^2(f) = \\ &= \int_0^\infty N(z) \frac{1}{1+z} \left( f_r \frac{dE_{gw}}{df_r} \right) \Big|_{f_r=f(1+z)} dz. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Wstawiając równanie opisujące widmo energetyczne od ekscentrycznego układu (2.31), otrzymujemy parametr  $\Omega_{gw}$  odpowiadający jednej harmonice emitowanej przez rozważane źródło:

$$\begin{aligned} \Omega(f_{gw}^n) &= \frac{G^{2/3} M_{chirp}^{5/3} 2^{2/3} \pi^{2/3}}{3n^{2/3} \rho_c c^2} \times \\ &\times (f_{gw}^n)^{2/3} \frac{g(n, e)}{\Psi(e)} N_0 \langle (1+z)^{-1/3} \rangle, \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$N_0 = \frac{1}{N_{tot}} f_{bin} n_{pop3}, \quad f_{bin} = \frac{2}{1 + \frac{1}{f_b}}. \quad (5.7)$$

Wyrażenie w ostrych nawiasach jest zdefiniowane w następujący sposób:

$$\langle (1+z)^{-1/3} \rangle = \frac{1}{N_0} \int_{z_{min}}^{z_{max}} \frac{N(z)}{(1+z)^{1/3}} dz. \quad (5.8)$$

W naszych obliczeniach zastosowaliśmy uproszczenie polegające na umieszczeniu narodzin wszystkich gwiazd populacji III na jednym przesunięciu ku czerwieni  $z = 15$ . Ze względu na bardzo szybką ewolucję tych masywnych gwiazd, można stwierdzić, że obiekty zwarte powstały na tym samym przesunięciu ku czerwieni. Takie uproszczenie sprawia, że całka po przesunięciach ku czerwieni staje się bardzo prosta.

Ostatni krok polega na sumowaniu przyczynków od wszystkich harmonik (indeks  $n$ ), a następnie dodaniu do siebie wszystkich źródeł (indeks  $i$ ):

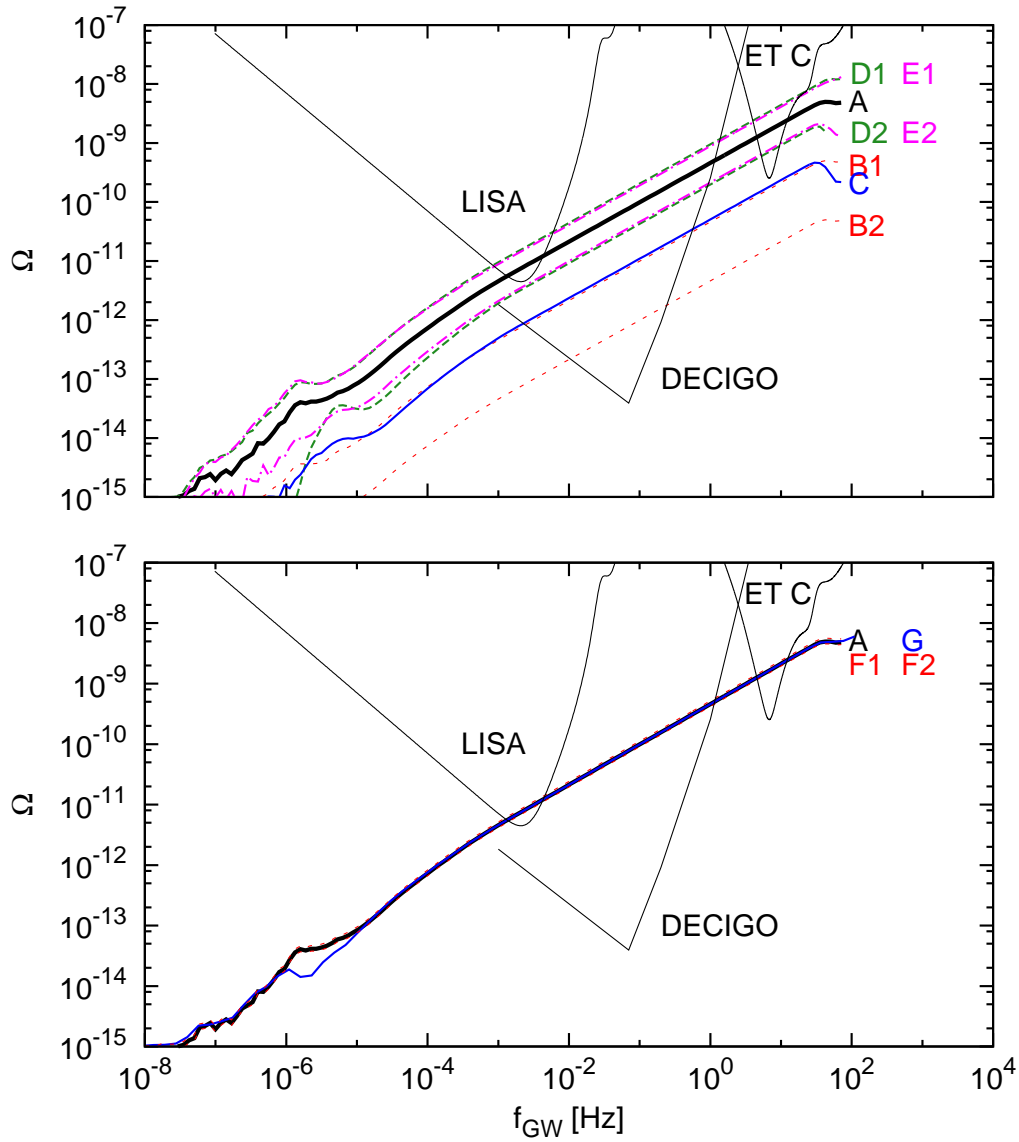
$$\begin{aligned} \Omega(f) = & \sum_{i=1}^N \sum_{n=2}^{\infty} \delta(f - f_i) \frac{G^{2/3} M_{chirp,i}^{5/3} 2^{2/3} \pi^{2/3}}{3n^{2/3} \rho_c c^2} \times \\ & \times (f_i^n)^{2/3} \frac{g(n, e)}{\Psi(e)} N_0 \langle (1+z)^{-1/3} \rangle. \end{aligned} \quad (5.9)$$

### 5.1.3. Tło fal grawitacyjnych - wyniki

Wyniki naszej pracy zaprezentowane są na rysunku 5.2. Standardowy model, którego parametry zostały opisane w rozdziale 5.1.1, zaznaczony jest grubą czarną linią. Na kształt widma wpływa kilka czynników. W obszarze niskich częstotliwości (poniżej  $10^{-5}$  Hz) dominujący wkład mają tak zwane układy "długo żyjące" (patrz rysunek 2.4), które nie zmieniają swoich parametrów w czasie Hubble'a. Sprawia to, że sygnał jest tam zdeterminowany przez początkowe parametry populacji obiektów zwartych i zależy tylko od szczegółów ewolucji gwiazdowej jaką zakładamy. W obszarze zawierającym się między częstotliwościami  $10^{-4}$  Hz and 50 Hz mamy do czynienia z układami, które zleją się w czasie Hubble'a (patrz rysunek 2.5). Obserwujemy tu dobrze znane widmo potęgowe o nachyleniu  $2/3$ , które jest sygnaturą zacieśniania się orbity pod wpływem emisji fal grawitacyjnych. W obszarze wysokich częstotliwości (powyżej 50 Hz) widzimy wpływ harmonik wyższego rzędu, które pojawiają się przy uwzględnieniu ekscentryczności orbity.

W naszych obliczeniach wielokrotnie musieliśmy czynić pewne założenia dotyczące wartości parametrów, z którymi wciąż wiąże się wiele niepewności. Aby sprawdzić jak





Rysunek 5.2: Tło fal grawitacyjnych pochodzących od gwiazd populacji III. Model standardowy zaznaczony jest grubą czarną linią i oznaczony literą A. Inne krzywe oznaczone są według tabeli 5.1. Dodatkowo zaznaczone są krzywe czułości przyszłych detektorów fal grawitacyjnych. Dolny panel przedstawia modele G, F1 i F2, które niemal nie różnią się od modelu standardowego.

Tablica 5.1: Lista modeli.

Model	Opis
A	Standardowy
B1	Ułamek binarny zmniejszony do $10^{-2}$
B2	Ułamek binarny zmniejszony do $10^{-3}$
C	Niezależne losowanie mas składników z tego samego rozkładu
D1	Masa minimalna podniesiona do $50 M_{\odot}$
D2	Masa maksymalna obniżona do $100 M_{\odot}$
E1	Nachylenie rozkładu mas obniżone do 1.5
E2	Nachylenie rozkładu mas zwiększone do 3
F1	Przesunięcie ku czerwieni formacji gwiazd $z_{form} = 10$
F2	Przesunięcie ku czerwieni formacji gwiazd $z_{form} = 20$
G	Wszystkie orbity kołowe

nasze wyniki zależą od zmiany tych parametrów, przeprowadziliśmy szereg dodatkowych obliczeń. Tabela 5.1 zawiera listę modeli, które przetestowaliśmy wraz z opisem zmienionych parametrów w stosunku do standardowego zestawu. W modelach E1, E2, C, D1, i D2 zmieniane były parametry związane z początkowym rozkładem mas gwiazd populacji III. W grupie oznaczonej literą D zmienialiśmy minimalną i maksymalną możliwą masę gwiazdy, podczas gdy w grupie oznaczonej E zmienialiśmy nachylenie samego rozkładu. Model C zakładał inny sposób losowania mas z istniejących rozkładów (w standardowym podejściu z rozkładu mas losowana jest masa większego składnika, a masa mniejszego determinowana jest przez wylosowanie stosunku mas. W modelu C obie masy są losowane niezależnie z rozkładu mas). Modele z grupy B zakładają mniejszy udział układów podwójnych w populacji gwiazd (w standardowym modelu założyliśmy, że ułamek binarny jest równy 0.1, co jest dosyć ostrożne założenie, gdyż dla obecnych populacji gwiazdowych ułamek ten wynosi 0.5). Literą F oznaczone są modele, które sytuują powstanie naszej populacji na innych przesunięciach ku czerwieni, a model G odpowiada przypadkowi kołowych orbit we wszystkich układach.

Wszystkie modele pokazane są na rysunku 5.2. Aby zwiększyć czytelność, rysunek został podzielony na dwa panele. Model standardowy oznaczony jest grubą linią i

literą A. Kształt uzyskanego widma w przypadku zmiany udziału układów podwójnych w populacji jest taki sam (modele B1, B2). To, co ulega znaczącej zmianie to poziom, na którym tło może być obserwowane. Wydaje się to zrozumiałe - im więcej układów podwójnych, tym wyższy poziom obserwowanego sygnału. Zmiana parametrów związanych z początkową funkcją mas wpływa zarówno na normalizację, jak i kształt w obszarze wysokich częstości uzyskanych wyników. Model D2 ma widoczne obcięcie w okolicy  $10^{-6}$  Hz, gdyż brakuje w nim najmasywniejszych obiektów odpowiedzialnych za sygnał w niskich częstościach. Gdy zmieniamy sposób losowania mas składników, obserwujemy wzrost udziału mało masywnych układów, a więc całkowity poziom tła spada. Podobny efekt możemy uzyskać zwiększając nachylenie funkcji rozkładu (model E2). Poprzez spłaszczenie rozkładu mas (model E1) uzyskujemy więcej masywnych układów, a co za tym idzie mocniejszy sygnał i wyższy poziom tła. Zmiana przesunięcia ku czerwieni (modele F1, F2), na którym formują się gwiazdy ma minimalny wpływ. Natomiast założenie kołowych orbit (model G) wpływa tylko na obszar wysokich częstości, gdzie widoczny jest wkład od wyższych harmonik.

Otrzymane wyniki pokazują, że tło fal grawitacyjnych od pozostałości po gwiazdach populacji III powinno być wykrywalne przez planowane detektory takie jak ET czy DECIGO. Antena ET ma możliwość detekcji, jeśli na każde 101 gwiazd populacji III co najmniej 2 znajdują się w układzie podwójnym (ułamek binarny większy od 0.01). W przypadku detektora LISA (którego przyszłość wciąż pozostaje niepewna) tło powinno być widoczne w okolicy częstości  $10^{-3}$  Hz, choć będzie najpewniej przykryte podobnym tłem pochodzącym od galaktycznych białych karłów. Natomiast dla detektorów takich jak DECIGO tło od populacji III może stanowić jeden z głównych składników szumów uniemożliwiających detekcję słabszych obiektów.

Tło fal grawitacyjnych od gwiazd populacji III powinno być rozłożone równomiernie na niebie. Fakt ten pozwoli odróżnić je od innych źródeł, które często związane są płaszczyzną naszej Galaktyki. Wykrycie sygnału grawitacyjnego od pierwszych gwiazd może w znaczący sposób zwiększyć naszą wiedzę na ich temat. Być może pozwoli na wykluczenie niektórych scenariuszy ewolucyjnych i doprowadzi do głębszego zrozumienia praw rządzących mechanizmami działania gwiazd.

## 5.2. Gwiazdy populacji I i II.

Gwiazdy populacji I i II powstały z materiału przetworzonego we wnętrzach pierwszych gwiazd. Podział ten wynika z zawartości metali w ich składzie chemicznym. Przyjmuje się, że populacja II jest starsza i mniej obfita w cięższe pierwiastki. Gwiazdy należące do tej grupy tworzą na przykład halo naszej Galaktyki. Gwiazdy populacji I to najmłodsze gwiazdy, które zawierają stosunkowo dużą domieszkę metali w swoim składzie chemicznym. Przykładem tych gwiazd jest Słońce, jak również gwiazdy znajdujące się w aktywnych obszarach gwiazdotwórczych naszej Galaktyki. Obiekty te są nam bardzo dobrze znane, gdyż mamy do dyspozycji cały szereg obserwacji w różnych pasmach widma elektromagnetycznego. Dlatego też na modele ewolucyjne nałożonych jest dużo więcej ograniczeń niż ma to miejsce w przypadku gwiazd populacji III. Wśród obserwowanych gwiazd większość tworzy układy wielokrotne, a zatem spodziewamy się, że część z nich zakończy swą ewolucję jako układ podwójny obiektów zwartych. Te pozostałości stanowiąc będą doskonałe źródła fal grawitacyjnych. Bliskie obiekty będą obserwowane jako silne źródła wybijające się ponad szum detektora. Pozostała część układów, które znajdują się daleko utworzy tło fal grawitacyjnych.

### 5.2.1. Model gwiazd

Do stworzenia próbki gwiazd, które poddaliśmy późniejszej analizie, użyliśmy kodu numerycznego `StarTrack`. Szczegółowy opis tego programu, jak również uzyskanej populacji został przedstawiony w rozdziale 4.1. Modele o metaliczności słonecznej (oznaczone literą K) grają rolę populacji I, a modele o mniejszej metaliczności (oznaczone k) odpowiadają gwiazdom populacji II. Układy podwójne obiektów zwartych powinny być rozmieszczone w przestrzeni w sposób jak najbardziej przypominający rozkład gwiazd jaki obserwujemy. W naszych symulacjach przyjęliśmy, że przesuniecie ku czerwieni dla każdego układu zostanie wylosowane z rozkładu opisującego tempo koalescencji. Wielkość tą obliczamy dla każdego typu układów (k=BNS, NSBH, BBH). Tempo koalescencji powinno być bezpośrednio związane z tempem formowania się gwiazd (Star Formation Rate - SFR) oraz uwzględniać fakt, że istnieje pewne opóźnienie wynikające z czasu potrzebnego na ewolucję gwiazdową. Opóźnienie to ( $t_d = t_{ev} + t_{merg}$ ) dla każdego układu może być inne, gdyż zależy zarówno od

masy składników ( $t_{ev}$ ), jak i od parametrów orbitalnych takich jak wielka półoś czy ekscentryczność ( $t_{merg}$ ). Wzór na tempo koalescencji możemy zapisać w następujący sposób:

$$\dot{\rho}_c^k(z) = A^k \int \frac{\text{SFR}(z_f)}{1+z_f} P(t_d) dt_d, \quad (5.10)$$

gdzie SFR jest tempem formacji gwiazd wyrażonym w  $M_\odot \text{Mpc}^3 \text{yr}^{-1}$ ,  $A^k$  jest normalizacją biorącą pod uwagę szczegóły ewolucji i początkową funkcję mas (szczegółowy opis tej wielkości znajduje się w dodatku A),  $P^k(t_d)$  jest rozkładem czasów opóźnień,  $z_f$  jest przesunięciem ku czerwieni przy którym układ powstał, a  $z$  jest przesunięciem ku czerwieni przy którym układ się zlał. Czynniki  $(1+z_f)^{-1}$  transformuje liczoną wielkość z układu odniesienia źródła do układu odniesienia związanego z obserwatorem. Przesunięcia ku czerwieni  $z_f$  oraz  $z$  są ze sobą związane za pomocą czasu opóźnienia w następujący sposób:

$$t_d = \frac{1}{H_0} \int_z^{z_f} \frac{dz'}{(1+z')E(\Omega, z')}. \quad (5.11)$$

Tempo koalescencji, które występują w przedziale przesunięcia ku czerwieni możemy zapisać jako:

$$\frac{dR^k}{dz}(z) = \dot{\rho}_c(z) \frac{dV}{dz}(z), \quad (5.12)$$

gdzie współporuszający się element objętości zdefiniowany jest przy uwzględnieniu wpływu parametrów kosmologicznych

$$\frac{dV}{dz}(z) = 4\pi \frac{c}{H_0} \frac{r(z)^2}{E(\Omega, z)} \quad r(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(\Omega, z')}. \quad (5.13)$$

Parametry kosmologiczne uwzględnione są poprzez funkcję  $E(\Omega, z) = \sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_m(1+z)^3}$

W naszych symulacjach używaliśmy parametrów kosmologicznych pochodzących z siedmioletnich obserwacji misji WMAP (Komatsu i in. 2011), które wykazały, że Wszechświat jest płaski, a  $\Omega_M = 0.27$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.73$  oraz obecna stała Hubble'a wynosi  $H_0 = 70.3 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

Tempo formacji gwiazd jest dobrze wyznaczone w naszym lokalnym Wszechświecie ( $z < 1$ ). W skalach kosmologicznych różne metody obserwacyjne dają rozbieżne wyniki. Zdecydowaliśmy się na zastosowanie analitycznej formuły wyprowadzonej

w pracy Hopkins & Beacom (2006). Dopasowanie zostało uzyskane na podstawie pomiarów funkcji świecenia galaktyk w paśmie ultra-fioletowym (SDSS, GALEX, COMBO17) oraz w podczerwieni (Spitzer Space Telescope). Normalizacja została dokonana na podstawie limitu nałożonego przez eksperyment Super Kamiokande na strumień anty-neutrino elektronowych produkowanych przez supernowe typu II:

$$SFR(z) = \frac{h_0(a + bz)}{1 + (\frac{z}{c})^d}, \quad (5.14)$$

gdzie  $h_0 = 0.7$ ,  $a = 0.017$ ,  $b = 0.13$ ,  $c = 3.3$ , a  $d = 5.3$ .

Największy wkład do widma będą miały bliskie obiekty, dla których SFR jest dobrze określone przez różne metody obserwacyjne. Wpływ różnych temp formacji gwiazd na poziom tła fal grawitacyjnych był badany przez Regimbau (2011). Stwierdzono, że największe rozbieżności zmieniają wynik o czynnik 2, co jest zanedbywalnym efektem.

Ostateczne tempo koalescencji w danym przedziale przesunięcia ku czerwieni stanowi sumę wkładów od wszystkich trzech typów rozważanych układów podwójnych:

$$\frac{dR}{dz}(z) = \frac{dR^{\text{BNS}}}{dz}(z) + \frac{dR^{\text{NSBH}}}{dz}(z) + \frac{dR^{\text{BBH}}}{dz}(z). \quad (5.15)$$

Tabela 5.2 zawiera liczbę koalescencji w ciągu roku dla każdego modelu. Dodatkowo pokazany jest procentowy wkład do całości każdego typu układów.

Rysunek 5.3 pokazuje zależność tempa koalescencji od przesunięcia ku czerwieni dla każdego modelu.

Kształt wszystkich krzywych jest bardzo podobny. Wynika to z faktu, że rozkład czasów opóźnień dla wszystkich modeli jest niemal taki sam. Maksimum rozkładu wypada w okolicy  $z \sim 1.7$  i jest przesunięte względem maksimum SFR, które zlokalizowane jest przy  $z \sim 2$ . To, co różni od siebie poszczególne modele to normalizacja. Modele oznaczone literą A wykazują wyższy poziom niż te z literą B. Powodem jest liczba układów zawartych w każdym z modeli. Te pierwsze mają znacznie więcej układów, a więc i tempo koalescencji jest wyższe. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku niższej metaliczności. W takich warunkach powstaje dużo więcej masywnych czarnych dziur, co ma swoje odbicie w poziomie analizowanego rozkładu. Parametrem, który nie wpływa na tempo koalescencji jest wielkość odrzutu podczas wybuchu supernowej.

Tablica 5.2: Liczba koalescencji jakich się spodziewamy w ciągu roku w całym obserwowalnym Wszechświecie dla każdego z rozważanych modeli. Ostatnie trzy kolumny pokazują procentowy wkład od poszczególnych typów układów

Model	R [yr <sup>-1</sup> ]	R <sub>BNS</sub> [%]	R <sub>NSBH</sub> [%]	R <sub>BBH</sub> [%]
BZK	154 929	84.78	2.09	13.13
BZk	157 559	86.28	0.94	12.78
BzK	319 304	10.70	11.50	77.80
Bzk	364 564	7.59	15.90	76.51
AZK	622 572	71.62	3.70	24.69
AZk	784 762	74.30	2.54	23.16
AzK	1 606 240	10.62	3.56	85.82
Azk	1 842 390	9.73	4.55	85.72

### 5.2.2. Tło fal grawitacyjnych - wyprowadzenie.

Parametr  $\Omega_{gw}(f)$  zdefiniowany za pomocą wzoru 5.1 jest związany z całkowitym strumieniem fal grawitacyjnych:

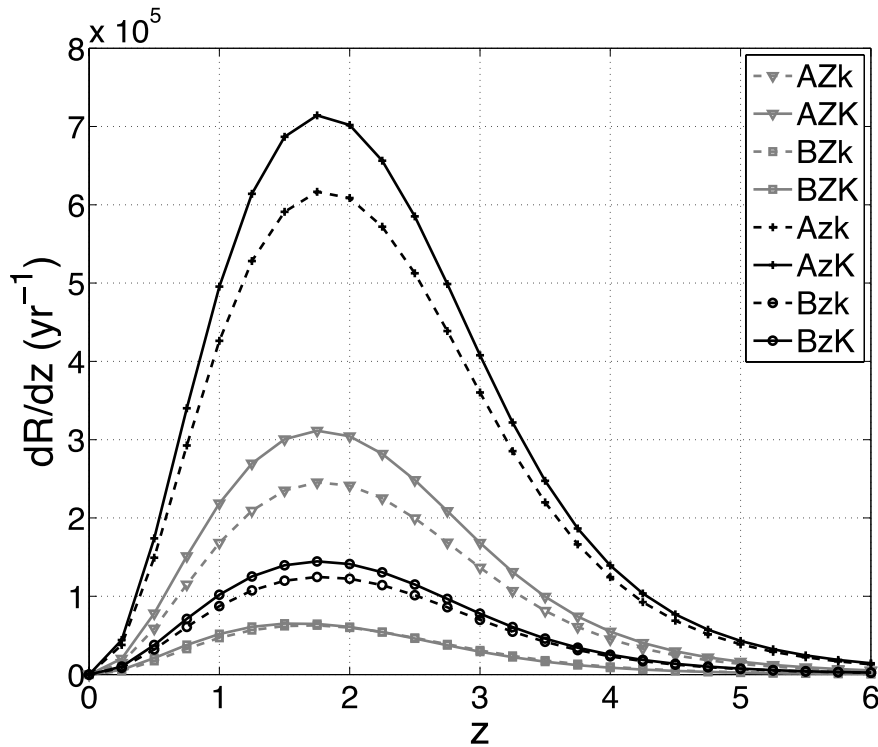
$$\Omega_{gw}(f) = \frac{1}{\rho_{cc}} f F(f). \quad (5.16)$$

Całkowity strumień jest sumą strumieni pochodzących od wszystkich rozważanych układów:

$$F(f) = T^{-1} \sum_{k=1}^N \frac{1}{4\pi d_L^2(z^k)} \frac{dE_{gw}}{df}(f, M^k, \mathcal{M}_c^k, z^k), \quad (5.17)$$

gdzie  $\frac{dE_{gw}}{df}(f, M^k, \mathcal{M}_c^k, z^k)$  jest uśrednionym widmem gęstości energii wyrażonym w  $\text{erg Hz}^{-1} \text{s}^{-1}$ ,  $z^k$  jest przesunięciem ku czerwieni układu,  $M^k$  jest całkowitą masą układu,  $\mathcal{M}_c^k$  jest masą „chirp”, a  $N$  liczbą układów symulowanych przez **StarTrack**. Strumień jest liczony dla  $T = 1$  rok.

Sygnal od zlewającego się układu podwójnego można podzielić na trzy fazy w literaturze znane pod swoimi angielskimi nazwami: „inspiral”, „merger” i „ringdown”. Pierwsza i trzecia faza są dobrze opisane za pomocą teorii post Newtonowskich lub teorii perturbacji. To, co dzieje się w momencie samego zderzenia gwiazd jest na tyle



Rysunek 5.3: Tempo koalescencji jako funkcja przesunięcia ku czerwieni dla wszystkich rozważanych modeli (lista modeli znajduje się w tabeli 4.1): AZK (szara ciągła linia z trójkątami), AZk (szara przerywana linia z trójkątami), BZK (szara ciągła linia z kwadratami), BZk (szara przerywana linia z kwadratami), AzK (czarna ciągła linia z krzyżykami), Azk (czarna przerywana linia z krzyżykami), BzK (czarna ciągła linia z kółkami), Bzk (czarna przerywana linia z kółkami). Czarne linie odpowiadają gwiazdom populacji II (niska metaliczność), a linie szare gwiazdom populacji I (metaliczność słoneczna).

skomplikowane, że tylko relatywistyczne symulacje numeryczne pozwalają określić sygnał w tym zakresie.

We wczesnej fazie, kiedy składniki możemy wciąż traktować jak punkty materialne, widmo energetyczne powstających fal możemy opisać za pomocą przybliżenia kwadrupolowego:



$$\frac{dE_{gw}}{df}(f, f_{lso}, \mathcal{M}_{chirp}, z) = \frac{(G\pi)^{2/3}(\mathcal{M}_{chirp}(1+z))^{5/3}}{3} f^{-1/3}, \quad (5.18)$$

dla  $f < f_{lso}/(1+z)$ ,

gdzie  $f_{lso} = c^3/(6\sqrt{6}\pi GM)$  jest częstością fali grawitacyjnej gdy układ znajduje się na ostatniej stabilnej orbicie.

Dla każdego typu układu możemy zapisać przybliżoną postać strumienia, który będzie zależał od wyprowadzonego wcześniej tempa koalescencji oraz średnich parametrów orbitalnych (patrz tabela 4.2) charakterystycznych dla danej grupy:

$$F^k(f) \simeq \int_0^{z_{max}} \frac{1}{4\pi d_L^2(z)} \frac{dE_{gw}}{df}(f, f_{lso}^{-k}, \mathcal{M}_{chirp}^{-k}, z) \frac{dR^k}{dz}(z) dz, \quad (5.19)$$

gdzie  $k = \text{BNS, NSBH lub BBH}$ ,  $f_{lso}^{-k}$  jest średnia częstością na ostatniej stabilnej orbicie, a  $\mathcal{M}_{chirp}^{-k}$  jest średnią masą „chirp” populacji.

Wstawiając taką postać całkowitego strumienia (5.19) do równania 5.16 otrzymujemy:

$$\Omega_{gw}^k(f) \simeq \frac{2\pi^{2/3} G^{5/3}}{9c^3 H_0^2} (\bar{\mathcal{M}}_{chirp}^k)^{5/3} f^{2/3} \int_0^{z_{sup}^j(f)} \frac{dR^j}{dz}(z) \frac{dz}{r(z)(1+z)^{1/3}} dz, \quad (5.20)$$

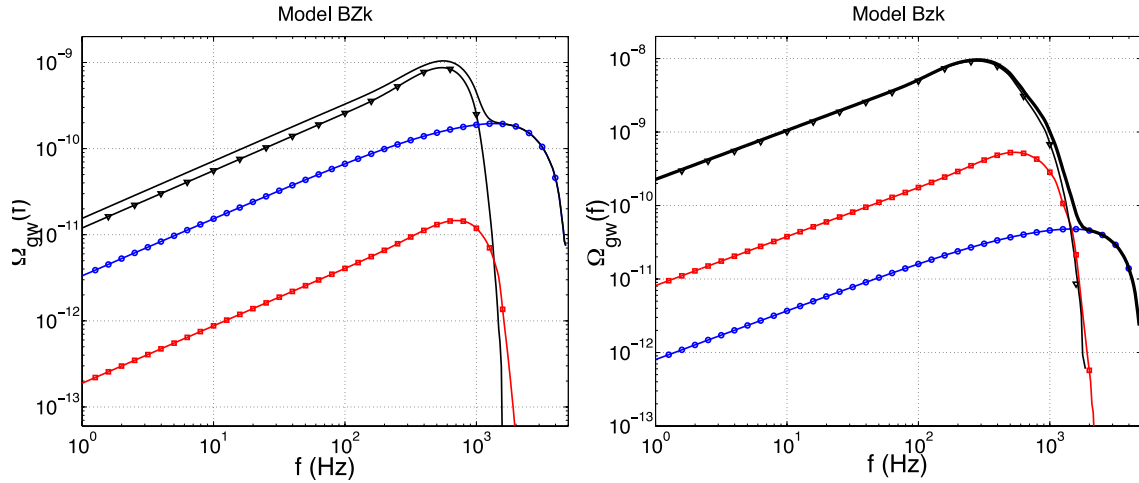
gdzie

$$z_{sup}^k(f) = \begin{cases} z_{max} & \text{if } f < f_{lso}^{-k}/(1+z_{max}) \\ (f_{lso}^{-k}/f) - 1 & \text{, w przeciwnym wypadku} \end{cases} \quad (5.21)$$

### 5.2.3. Tło fal grawitacyjnych - wyniki.

Ostateczny kształt tła fal grawitacyjnych składa się z trzech komponentów odpowiadających typom układów podwójnych jakie rozważaliśmy. Rysunek 5.4 pokazuje wkład od poszczególnych typów układów.

Kształt krzywej dla podwójnych czarnych dziur i układów mieszanych jest zterminowany przez 3 fazy koalescencji. W obszarze niższych częstości widmo energetyczne ma postać potęgową o wykładniku 2/3, co odpowiada pierwszej fazie („inspiral”). Następnie, nachylenie zmienia się i wynosi 5/3 w fazie „merger”. Dalej widmo osiąga swoje maksimum, którego częstość odpowiada ostatniej stabilnej orbicie, aby

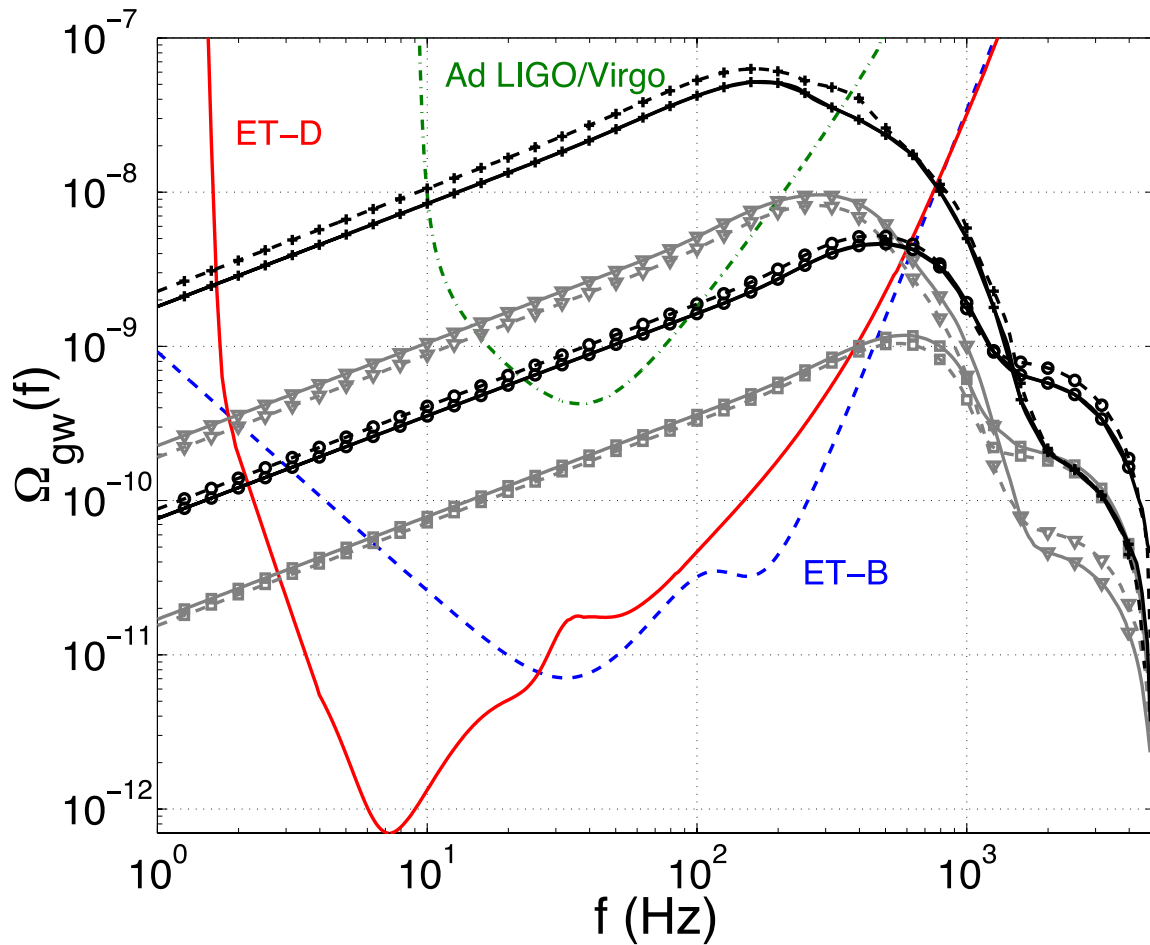


Rysunek 5.4: Parametr opisujący gęstość energii tła fal grawitacyjnych dla różnych typów układów podwójnych: dwie gwiazdy neutronowe (niebieska ciągła linia z kółkami), gwiazda neutronowa z czarną dziurą (czerwona ciągła linia z kwadratami) oraz dwie czarne dziury (czarna ciągła linia z trójkątami). Lewy panel pokazuje jeden z modeli gwiazd populacji I, a prawy jeden z modeli gwiazd populacji II. Ciągła czarna linia bez symboli jest sumą pozostałych trzech.

potem dramatycznie spaść. Widmo podwójnych gwiazd neutronowych zaczyna z tym samym charakterystycznym nachyleniem równym  $2/3$ , następnie spada do  $1/3$  w okolicy  $f = 100$  Hz, co jest związane z własnościami formuły za pomocą której liczony jest sygnał grawitacyjny. Wyraźnie widać, że dominującym składnikiem tła są układy podwójnych czarnych dziur. Dopiero po maksimum rozkładu związanego z czarnymi dziurami ujawnia się komponent pochodzący od gwiazd neutronowych. Układy mieszane nie są widoczne, gdyż są przykryte przez czarne dziury.

Ostateczne wyniki zostały zaprezentowane na rysunku 5.5. Dla każdego z modeli policzona została zależność parametru  $\Omega_{gw}$  od częstości. Oznaczenia modeli są analogiczne jak na rysunku 5.3.

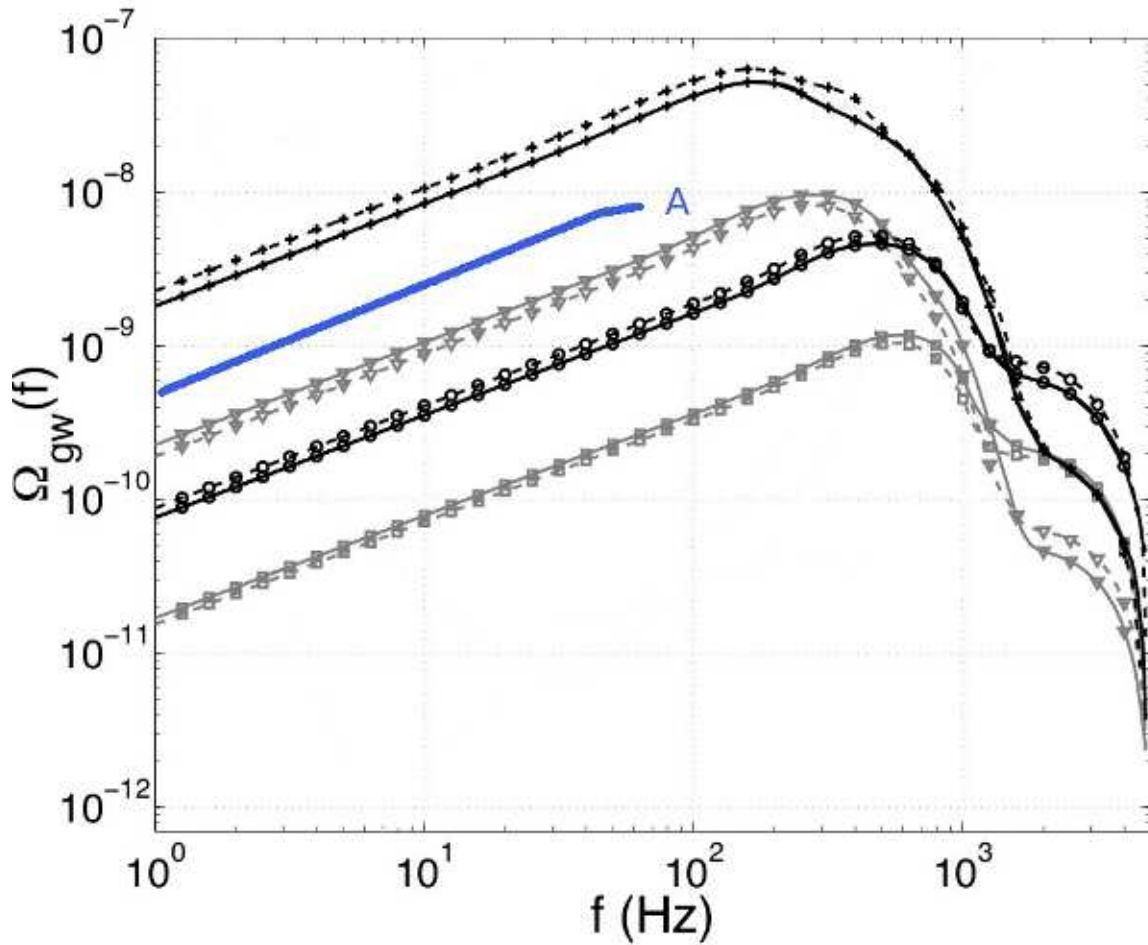
Wszystkie krzywe wykazują charakterystyczne cechy opisane powyżej. Maksimum wypada między  $f = 0.1$  kHz a  $f = 0.6$  kHz i ma związek z częstością na ostatniej stabilnej orbicie układów podwójnych czarnych dziur. Tak jak w przypadku rozkładu tempa koalescencji, prędkość odrzutu przy wybuchu supernowej nie wpływa na postać otrzymanej funkcji. Dopuszczenie do rozważań układów, które zainicjowały wspólną



Rysunek 5.5: Parametr opisujący gęstość energii tła fal grawitacyjnych policzony dla różnych modeli ewolucyjnych: AZK (szara ciągła linia z trójkątami), AZk (szara przerywana linia z trójkątami), BZK (szara ciągła linia z kwadratami), BZk (szara przerywana linia z kwadratami), AzK (czarna ciągła linia z krzyżykami), Azk (czarna przerywana linia z krzyżykami), BzK (czarna ciągła linia z kółkami), Bzk (czarna przerywana linia z kółkami). Czarne linie odpowiadają gwiazdom populacji II (niska metaliczność), a linie szare gwiazdom populacji I (metaliczność słoneczna). Dodatkowo zaznaczono krzywe czułości planowanych detektorów fal grawitacyjnych.

otoczkę, gdy donor był na przerwie Hertzsprunga (modele oznaczone literą A), zmienia tylko poziom tła. Co jest zrozumiałe, gdyż w tym przypadku kontrybuuje więcej układów. Największy wpływ na kształt i poziom tła ma metaliczność gwiazd. W środowisku o niższej metaliczności możliwe jest tworzenie się masywniejszych czarnych dziur. Przesuwa to maksimum rozkładu do niższych częstości. Jednocześnie powstaje więcej czarnych dziur, a zatem poziom tła się podnosi. Metaliczność nie wpływa na procesy powstawania gwiazd neutronowych, dlatego też położenie mniejszego maksimum rozkładu związanego z obecnością podwójnych gwiazd neutronowych nie ulega zmianie. Dla porównania, na rysunku zostały również przedstawione krzywe czułości przyszłych detektorów fal grawitacyjnych. Już w detektorach drugiej generacji (AdvLIGO, AdvVIRGO) możliwa będzie detekcja przewidzianego przez nas tła fal grawitacyjnych. Niestety najciekawsza część, w której następuje przejście od czarnych dziur do gwiazd neutronowych ( $f \sim 1$  kHz) pozostaje poza oknem czułości naziemnych detektorów.

Policzone przez nas tło fal grawitacyjnych pochodzące od wszystkich rozważanych populacji gwiazdowych zostało przedstawione na zbiorczym rysunku 5.6. Pokazane są wszystkie modele dla populacji I i II oraz jeden (nazywany przez nas standardowym) dla populacji III. Spodziewany poziom tła od najstarszych gwiazd jest stosunkowo wysoki. Dla większości modeli (wyjątek stanowią modele populacji II, w których gwiazdy inicjujące wspólną otoczkę na przerwie Hertzsprunga nie ulegają zlaniu) obecność populacji III implikuje powstanie dodatkowej struktury znikającej w okolicy 100 Hz. Obserwowane byłyby trzy wyraźne maksima - jedno związane z populacją III, pozostałe dwa z układami podwójnymi czarnych dziur oraz układami podwójnymi gwiazd neutronowych należących do pozostałych populacji. Dodatkowa struktura pochodząca od populacji III znajdzie się w oknie czułości detektora ET, a zatem przy pomocy przyszłych obserwacji będzie możliwa weryfikacja parametrów, które wpływają na jej poziom.



Rysunek 5.6: Parametr opisujący gęstość energii tła fal grawitacyjnych policzony dla różnych modeli ewolucyjnych: AZK (szara ciągła linia z trójkątami), AZk (szara przerywana linia z trójkątami), BZK (szara ciągła linia z kwadratami), BZk (szara przerywana linia z kwadratami), AzK (czarna ciągła linia z krzyżykami), Azk (czarna przerywana linia z krzyżykami), BzK (czarna ciągła linia z kółkami), Bzk (czarna przerywana linia z kółkami). Czarne linie odpowiadają gwiazdom populacji II (niska metaliczność), a linie szare gwiazdom populacji I (metaliczność słoneczna). Linia niebieska obrazuje położenie standardowego modelu gwiazd populacji III oznaczonego literą A na rysunku 5.2 oraz w tabeli 5.1.



## 6. Wyznaczanie parametrów kosmologicznych i tempa formacji gwiazd.

Obserwacje fal grawitacyjnych dostarczą zupełnie nowych informacji o zjawiskach we Wszechświecie. Staną się unikalnym narzędziem do testowania całego szeregu teorii i pozwolą zweryfikować już istniejące obserwacje w zakresie fal elektromagnetycznych. W tej chwili większość pracy naukowców skupia się na doskonaleniu metod pozwalających zarejestrować falę grawitacyjną. W erze astronomii grawitacyjnej, która rozpocznie się za kilka lat, nacisk zostanie położony przede wszystkim na techniki odczytywania informacji o badanych obiektach astrofizycznych. Sama detekcja będzie wielkim wydarzeniem, ale to dopiero początek drogi, która prowadzi ku lepszemu zrozumieniu praw rządzących Wszechświatem.

Już teraz możemy tworzyć narzędzia, które w przyszłości posłużą nam do analizy prawdziwych obserwacji. W tym celu tworzymy populacje sztucznych obiektów i symulujemy sygnał, jakiego spodziewamy się w naszych detektorach. Następnie analizujemy te dane tak, jak gdyby były autentycznymi obserwacjami. Technika ta stosowana jest od wielu lat przez grupy związane z detektorami LISA czy ET (Baker & Data Challenge Task Force 2010; Regimbau i in. 2012).

W niniejszym rozdziale przedstawiamy wyniki symulacji numerycznej mającej na celu określenie jak dokładnie jesteśmy w stanie wyznaczyć parametry kosmologiczne lub parametry samej populacji gwiazdowej z obserwacji fal grawitacyjnych. Zakładamy, że do dyspozycji będziemy mieli listę zaobserwowanych obiektów zawierającą poczerwienioną masę „chirp” (obserwowana wartość nazywana poczerwienioną będzie większa o czynnik  $(1+z)$  ze względu na efekty kosmologiczne) oraz stosunek sygnału do szumu (SNR).

Ważnym założeniem, które tu czynimy jest znajomość rozkładu mas obiektów zwartych. W chwili obecnej jesteśmy w stanie dobrze oszacować ten parametr dla gwiazd neutronowych na podstawie obserwacji w paśmie elektromagnetycznym (pulsary w układach podwójnych, rentgenowskie układy podwójne). Dodatkowo istnieją ograniczenia teoretyczne wynikające z zastosowania różnych równań stanu materii, z której może być zbudowana gwiazda neutronowa. W przypadku czarnych dziur nasza wiedza jest znacznie uboższa ze względu na trudności obserwacyjne. Dodatko-

wym utrudnieniem jest fakt, że w dziedzinie grawitacyjnej będą działały inne efekty selekcji obserwacyjnej. Należy jednak zdać sobie sprawę, że opisana w niniejszym rozdziale metoda znajdzie swoje zastosowanie dopiero w erze detektorów III generacji (takich jak ET). Do tego czasu eksperymenty AdvVIRGO/AdvLIGO zaobserwują fale grawitacyjne pochodzące od szerokiej klasy obiektów. Dzięki tym obserwacjom zostanie wyznaczony rozkład mas obiektów zwartych, które widoczne są w dziedzinie grawitacyjnej.

Nasza metoda nie wymaga znajomości odległości do źródła ani jego położenia na niebie. Jest to bardzo ważne jeśli mamy do dyspozycji tylko jeden detektor, za pomocą którego odtworzenie kierunku na niebie jest niemożliwe. Nie będą też konieczne dodatkowe obserwacje elektromagnetyczne, które pomagają w wyznaczeniu odległości.

Do stworzenia sztucznych obserwacji zakładamy dwie podstawowe grupy parametrów, które w dalszej części analizy będą odtwarzane:

- Tempo powstawania gwiazd (SFR), które ma postać analitycznej funkcji wprowadzonej w pracy Hopkins & Beacom (2006). W szczególności będziemy rozważać dwa parametry:  $c$  i  $d$  (w równaniu 5.14), które wpływają na kształt funkcji w rejonie wysokich przesunięć ku czerwieni.
- Kosmologia, którą określa obecna stała Hubble'a ( $H_0$ ) oraz gęstość energii związana z materią ( $\Omega_M$ ).

Później zakładamy, że znamy tylko jedną z wyżej wymienionych grup, a celem jest odtworzenie tej drugiej na podstawie dostępnych obserwacji. W tym celu stworzona została siatka modeli pokrywająca przestrzeń szukanych parametrów. Porównywanie obserwacji z modelami odbywało się przy użyciu metody największej wiarygodności.

## 6.1. Symulacja populacji obiektów zwartych.

Wszechświat wypełniony jest układami podwójnymi obiektów zwartych, które są dobrymi źródłami fal grawitacyjnych. Ze względu na swoje własności, większość z tych obiektów nie może być obserwowana w paśmie fal elektromagnetycznych, ale będzie dostępna dla pasma fal grawitacyjnych (Gondek-Rosińska i in. 2005;



Osłowski i in. 2011). A zatem obecnie nie mamy do dyspozycji informacji na temat rozkładu przestrzennego czy rozkładu mas tych obiektów. Mamy jednak możliwość symulowania całych populacji, których parametry oparte są na szcążkowych obserwacjach. To jednak nie wystarczy. Detektor fal grawitacyjnych nie będzie obserwował wszystkich dostępnych obiektów. Niektóre z nich są za daleko, inne znajdują się w miejscach na niebie, gdzie czułość anteny jest zbyt mała. Chcąc stworzyć populację obiektów, które faktycznie mogą być obserwowane, należy wziąć pod uwagę nie tylko własności samych obiektów astrofizycznych, ale również parametry używanego detektora. Poniżej zaprezentowana zostanie metoda, którą posłużyliśmy się do przejścia od listy układów podwójnych pozyskanej za pomocą syntezy populacji, aż do listy obiektów, które obserwuje nasz detektor.

Danymi wejściowymi jest lista układów podwójnych obiektów zwartych uzyskanych w symulacji **StarTrack** (opis kodu znajduje się w rozdziale 4.1) zakładając parametry właściwe dla modelu BZK wymienione w tabeli 4.1. Dla każdego układu interesuje nas masa jego składników ( $M_1$  i  $M_2$ ), wielka półoś ( $a$ ) oraz czas opóźnienia ( $T_d$  - suma czasu ewolucji gwiazdy i czasu życia jako układ podwójny obiektów zwartych). Każdy z układów traktujemy jako oddzielny typ obiektu, który może pojawić się w naszej próbkę wielokrotnie. Liczba układów wyprodukowana w procesie syntezy populacji jest niewielka w porównaniu z naszymi potrzebami (lista wejściowa zawiera ok 2500 układów, podczas gdy do stworzenia mapy gęstości potrzebujemy ponad  $10^6$ ). Nie wszystkie układy będą pojawiały się w populacji równie często. Koalescencje tych, których czas opóźnienia zbliżony jest do czasu Hubble’a będą występowały tylko dla bardzo małych przesunięć ku czerwieni (wcześniej nie mogły się zlać przez długi czas opóźnienia). Natomiast koalescencje układów o krótkich czasach opóźnienia będą występowały w niemal całym zakresie rozważanych przesunięć ku czerwieni. Dodatkowo należy wziąć pod uwagę tempo formacji gwiazd, które było różne przy różnych przesunięciach ku czerwieni. I tak przy  $z = 2$  powstawało relatywnie dużo gwiazd, więc wyprodukują one wzrost tempa koalescencji po średnim czasie ewolucji. W praktyce nadwyżka ta nieco się rozmyje ze względu na różne czasy opóźnień, ale wciąż będzie wyraźną strukturą. Dla każdego obiektu z listy **StarTracka** stworzyliśmy rozkład tempa koalescencji zakładając, że wszystkie układy we Wszechświecie są takie same. W ostatnim kroku dodaliśmy rozkłady pochodzące od każdego układu i w ten sposób otrzymaliśmy tempo koalescencji w funkcji przesunięcia ku czerwieni.

Tempo koalescencji danego typu obiektu dla konkretnego przesunięcia ku czerwieni jest proporcjonalne do tempa formacji gwiazd dla przesunięcia ku czerwieni przy którym układ powstawał:

$$CRD_k(z) = \frac{A_{norm} SFR(z_{in})}{N_{sim} (1 + z_{in})}, \quad (6.1)$$

gdzie  $A_{norm}$  jest normalizacją (szczegółowe obliczenia zaprezentowane są w dodatku A),  $N_{sim} = 2 \times 10^6$  jest liczbą układów podwójnych wchodzących do symulacji programu **StarTrack**,  $z_{in}$  jest przesunięciem ku czerwieni przy którym powstał układ podwójny gwiazd.

Suma wartości dla wszystkich układów definiuje tempo koalescencji układów podwójnych obiektów zwartych:

$$CRD(z) = \sum_k CRD_k(z). \quad (6.2)$$

Całkując funkcję 6.2 po objętości do danego przesunięcia ku czerwieni możemy wyznaczyć liczbę koalescencji jakich spodziewamy się w jednostce czasu.

$$CR(z) = \int_0^z CRD(z) \frac{dV}{dz}(z), \quad (6.3)$$

gdzie współporuszający się element objętości zdefiniowany jest przy uwzględnieniu wpływu parametrów kosmologicznych

$$\frac{dV}{dz}(z) = 4\pi \frac{c}{H_0} \frac{r(z)^2}{E(\Omega, z)} \quad r(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(\Omega, z')}. \quad (6.4)$$

W naszej symulacji rozkład ten posłużył do losowania typu układu oraz przesunięcia ku czerwieni, na którym został umieszczony. Dodatkowo losowana była pozycja na niebie (rektascencja i deklinacja) oraz orientacja orbity względem obserwatora (inklinacja). Rozkład parametrów kątowych był izotropowy.

Tak przygotowana populacja układów podwójnych obiektów zwartych stanowi bazę potencjalnych źródeł, które będą obserwowane przez nasz detektor. W zależności od własności układu oraz parametrów samego detektora, każdy obiekt będzie charakteryzował się pewnym sygnałem do szumu (SNR). W przypadku koalescencji układów zwartych możemy zastosować analityczną formułę:

$$SNR^2 = 4A^2 I_{7/3}. \quad (6.5)$$

$A$  jest funkcją parametrów źródła (masy „chirp”  $M_{chirp}$  i położenia źródła na niebie zebranych w wektorze  $p_\theta$ ) oraz parametrów kosmologicznych (oznaczonych wektorem  $p_c$ ).

$$A(z, M_{chirp}, p_\theta, p_c) = \sqrt{\frac{5}{96}} \frac{(GM_{chirp,z})^{5/6}}{\pi^{2/3} c^{3/2} d_{L,eff}}, \quad (6.6)$$

gdzie  $G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$  jest stałą grawitacji,  $M_{chirp} = (M_1 M_2)^{3/5} (M_1 + M_2)^{-1/5}$  jest masą „chirp”,  $M_{chirp,z} = M_{chirp} (1 + z)$  jest poczerwienioną masą „chirp”, która będzie przesunięta ku czerwieni,  $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  to prędkość światła w próżni,  $d_{L,eff} = \frac{d_L(z, p_c)}{U}$  jest efektywnym dystansem do źródła (w takiej odległości znajdowały się optymalnie zorientowane źródło o zarejestrowanym SNR).

Odległość do źródła jest wyznaczona przy zastosowaniu parametrów kosmologicznych:

$$d_L = \frac{c}{H_0} (1 + z) \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M (1 + z')^3 + \Omega_\Lambda}}, \quad (6.7)$$

gdzie  $H_0$  to obecna wartość stałej Hubble’a,  $\Omega_M$  to gęstość energii związana z materią, a  $\Omega_\Lambda$  to gęstość energii związana z parametrem kosmologicznym. Funkcja  $U$  opisuje odpowiedź detektora. Uwzględnia ona położenie źródła, jak również położenie i orientację anteny w chwili obserwacji:

$$U = \sqrt{F_+^2(\phi, \vartheta, \Psi) (1 + (\cos(i))^2)^2 + 4F_x^2(\phi, \vartheta, \Psi) (\cos(i))^2}, \quad (6.8)$$

gdzie  $F_+$  i  $F_x$  są odpowiedziami detektora w dwóch polaryzacjach. Do policzenia wartości funkcji  $F_+$  i  $F_x$  zastosowaliśmy funkcję numeryczną będącą częścią biblioteki algorytmów LIGO - LAL <sup>1</sup>.

Ostatnim elementem wyrażenia 6.5 jest całka oznaczona  $I_{7/3}$ :

---

<sup>1</sup><https://www.lsc-group.phys.uwm.edu/daswg/projects/lalsuite.html>

$$I_{7/3} = \int_{f_{ini}}^{f_{fin}} \frac{f^{-7/3}}{S_n(f)} df, \quad (6.9)$$

gdzie  $f_{ini}$  i  $f_{fin}$  są zakresem częstości w jakich operuje detektor, a  $S_n(f)$  określa czułość detektora w funkcji częstości.

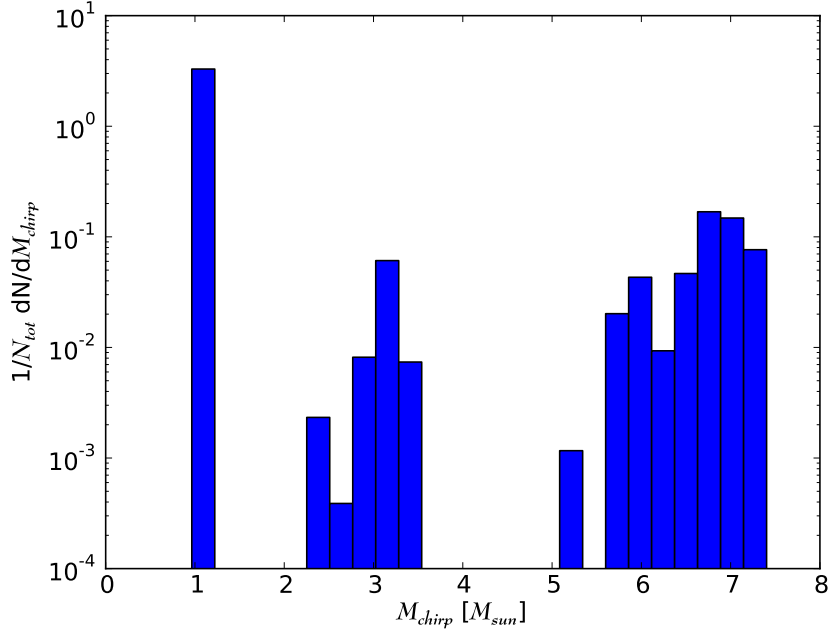
### 6.1.1. Symulacja obserwacji.

Dane wejściowe są efektem symulacji programu `StarTrack`. Rysunek 6.1 przedstawia histogram mas „chirp” układów podwójnych uzyskanych za pomocą kodu `StarTrack`. Rozkład składa się z trzech niezależnych grup, gdyż w skład badanej populacji wchodzi zarówno gwiazdy neutronowe (wyraźnie widoczny pik w okolicy  $1 M_\odot$ ), jak również czarne dziury. Komponent związany z gwiazdami neutronowymi jest dobrze zlokalizowany. Środkowa część odpowiada za układy mieszane, w skład których wchodzi gwiazda neutronowa i czarna dziura. Komponent związany z czarnymi dziurami widoczny jest po prawej stronie.

Następnym etapem jest rozłożenie dostępnych układów podwójnych w przestrzeni. W naszym przypadku są to odległości kosmologiczne sięgające przesunięcia ku czerwieni równego  $z = 10$ . Rozkład koalescencji układów podwójnych powinien kształtem odwzorowywać tempo formowania się gwiazd. Tu pojawia się pierwsza grupa badanych przez nas parametrów - tempo formacji gwiazd. Funkcja ta jest dosyć dobrze znana w naszym lokalnym Wszechświecie (do  $z = 1$ ). Wyznacza się ją obserwacyjnie różnymi metodami, z których najpopularniejsze to analiza supernowych typu Ia (Greggio & Cappellaro 2009), ale również wiele innych (Calzetti 2012). Dla większych przesunięć ku czerwieni nie ma już tak dużej zgodności między różnymi metodami obserwacyjnymi. Do stworzenia naszych obserwacji użyliśmy formuły podanej w pracy Hopkins & Beacom (2006):

$$\rho_* = \frac{(a + bz)h}{1 + (z/c)^d}, \quad (6.10)$$

gdzie wartości dopasowanych parametrów to:  $a = 0.0170$ ,  $b = 0.13$ ,  $c = 3.3$ ,  $d = 5.3$ , a  $h = 0.7$  jest związane z przyjętą przez autorów wartością stałej Hubble’a.

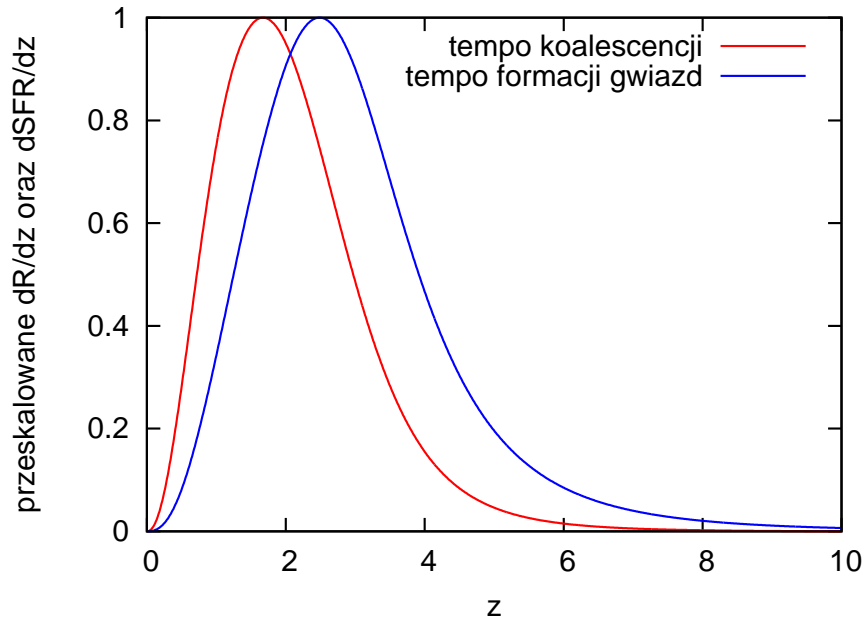


Rysunek 6.1: Histogram masy „chirp” układów podwójnych obiektów zwartych będących zestawem danych obserwacyjnych w symulacji. Dane pochodzą z modelu BZK opisanego w tabeli 4.1. Histogram został tak znormalizowany, aby całość dawała jeden.  $N_{tot} = 10^3$  jest całkowitą liczbą układów.

Rysunek 6.2 przedstawia postać tempa formacji gwiazd oraz wynikający z niego rozkład tempa koalescencji. Aby łatwiej było dokonać porównania kształtu obu funkcji, wartości zostały przeskalowane. Oba rozkłady zostały podzielone przez swoją maksymalną wartość. Przesunięcie maksimum rozkładu wynika z uwzględnienia czasu opóźnienia.

Przy obliczeniach dotyczących odległości kosmologicznych niezbędne jest założenie wartości parametrów kosmologicznych. Szczególnie ważna jest obecna stała Hubble’a oraz gęstość energii związana z materią. Zakładamy, że Wszechświat jest płaski, a zatem gęstość energii związana z członem kosmologicznym będzie jednoznacznie określona przez gęstość energii materii. W naszych symulacjach korzystaliśmy z wartości parametrów wyznaczonych za pomocą misji WMAP (Komatsu i in. 2011):  $\Omega_M = 0.27$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.73$  i  $H_0 = 70.3 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

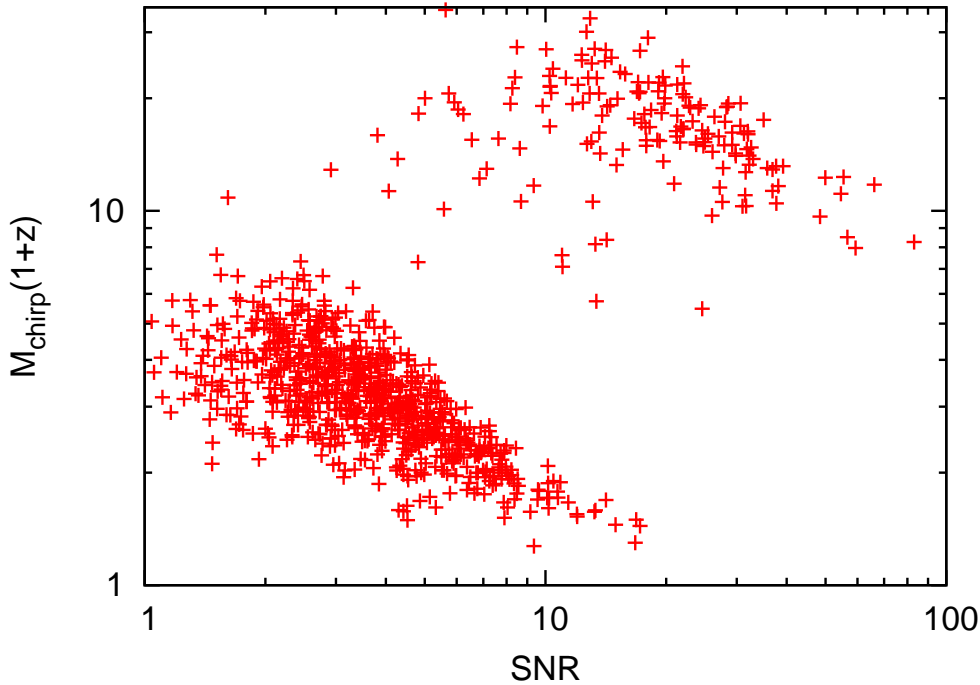
Korzystając z metod opisanych w poprzednim rozdziale utworzyliśmy listę zawie-



Rysunek 6.2: Porównanie kształtu rozkładu tempa formacji gwiazd z rozkładem tempa koalescencji. Linia niebieska oznacza SFR, a linia czerwona tempo koalescencji. Oba rozkłady zostały podzielone przez swoje maksymalne wartości w celu lepszej ilustracji ich kształtów.

rającą parametry fizyczne źródeł, ich położenie na niebie oraz przesunięcia ku czerwieni. Dla każdego z układów policzona została odpowiedź detektora. W naszych symulacjach używaliśmy krzywych czułości dla detektora ET (szczegółowe informacje o tym instrumencie znajdują się w rozdziale 3.2.5). Nasz wybór podyktowany był tym, że zgodnie z dostępnymi prognozami, ET będzie pierwszym detektorem o zasięgu kosmologicznym, który zaoferuje dostateczną liczbę obserwacji w ciągu roku. Efektem końcowym procedury jest lista obiektów zawierająca obserwowaną poczerwienioną masę „chirp” (powiększoną o czynnik  $(1 + z)$  w stosunku do prawdziwej wartości) oraz obserwowany stosunek sygnału do szumu.

Rysunek 6.3 prezentuje przykładowe położenie symulowanych obserwacji na diagramie SNR i poczerwieniona masa „chirp” (te dwie wielkości będą bezpośrednio wyznaczone z prawdziwych obserwacji fal grawitacyjnych).



Rysunek 6.3: Położenie symulowanych obserwacji w przestrzeni obserwabli SNR i poczerwienionej masy „chirp”.

### 6.1.2. Siatka modeli.

Tworzymy siatkę rozpiętą w przestrzeni parametrów  $(\Theta_1, \Theta_2)$ , która będzie zdefiniowana w zależności od rozważanego zagadnienia (w przypadku tempa formacji gwiazd będą to parametry  $c$  i  $d$  z równania 6.10, a w przypadku badania kosmologii będą to  $H_0$  i  $\Omega_M$ ). Procedura tworzenia każdego modelu w dużej części jest taka sama jak w przypadku symulowania obserwacji. Liczba układów jest natomiast zdecydowanie większa, aby możliwe było stworzenie mapy gęstości prawdopodobieństwa w przestrzeni rozpiętej przez SNR i poczerwienioną masę „chirp”. Realizacją numeryczną potrzebnej mapy gęstości jest dwuwymiarowy histogram odzwierciedlający jak dużo układów znajduje się w konkretnym rejonie wykresu. Histogram ten normalizujemy tak, aby suma wartości ze wszystkich komórek wynosiła jeden, a wartości w poszczególnych komórkach odpowiadały gęstości prawdopodobieństwa. Duża liczba symulowanych obiektów zapewnia, że w wyznaczonych zakresach parametrów nie będzie komórek o zerowej wartości.

## SFR

Tempo formacji gwiazd opisaliśmy formułą podaną w pracy Hopkins & Beacom (2006) (patrz równanie 6.10). Dla małych przesunięć ku czerwieni ( $z \sim 1$ ) funkcja ta jest dosyć dobrze znana, a różnego typu obserwacje dają podobne wyniki. Nie ma jednak zgodności co do kształtu tempa formacji gwiazd dla większych przesunięć ku czerwieni. Analiza równania 6.10 pozwoliła stwierdzić, że największy wpływ na interesujący nas rejon dużych przesunięć ku czerwieni mają parametry  $c$  i  $d$ . Rysunek 6.4 pokazuje jak zmienia się kształt SFR pod wpływem modyfikacji tych parametrów. W każdym przypadku ulega zmianie tylko jeden z badanych parametrów.

Nasza siatka składa się z 357 modeli, w których parametr  $c$  zmienia się w zakresie  $[2.0, 4.0]$  z krokiem  $\delta c = 0.1$ , a parametr  $d$  w zakresie  $[4.0, 8.0]$  z krokiem  $\delta d = 0.25$ .

## Kosmologia

Kosmologię opisaliśmy za pomocą dwóch parametrów: obecnej stałej Hubble'a ( $H_0$ ) oraz gęstości energii związana z masą ( $\Omega_M$ ). Zakładamy przy tym, że Wszechświat jest płaski, na co wskazują dotychczasowe testy (Komatsu i in. 2011). Oznacza to, że znika człon krzywiznowy ( $\Omega_k$ ), a zatem gęstość energii opisująca człon kosmologiczny jest jednoznacznie wyznaczona ( $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_M$ ). Stworzyliśmy dwuwymiarową siatkę złożoną z 525 modeli o różnych wartościach wyżej wymienionych parametrów kosmologicznych. Gęstość energii zmieniała się od  $\Omega_M = 0.2$  do  $\Omega_M = 0.32$  z krokiem  $\delta\Omega_M = 0.005$ . Obecna stała Hubble'a zmieniała się w przedziale  $H_0 = 60 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  -  $H_0 = 80 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  z krokiem  $\delta H_0 = 1 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . Modele zawierały informację o  $N_c = 10^6$  układach podwójnych. Po stworzeniu siatki modeli decydujemy, który z nich najlepiej pasuje do obserwacji przy pomocy metody największej wiarygodności.

## Metoda największej wiarygodności.

Problem, który staramy się rozwiązać jest dobrze opisanym zagadnieniem w statystyce. Oto mamy do dyspozycji zestaw danych doświadczalnych  $D = x^k$ , gdzie  $k$  jest numerem obserwacji, a  $x = (SNR, M_{chirp,z})$  jest położeniem opisującym obserwowane parametry. Do tego mamy zestaw hipotez  $H_n$ , gdzie każda z nich odpowiada jednemu modelowi utworzonej siatki. Indeks  $n = (\Theta_1, \Theta_2)$  odpowiada położeniu modelu



w rozważanej przestrzeni parametrów. Zgodnie z twierdzeniem Bayesa prawdopodobieństwo, że dana hipoteza jest prawdziwa przy założeniu obserwowanego zestawu danych wyraża się w następujący sposób:

$$P(H_n|D) = \frac{P(D|H_n)P(H_n)}{P(D)}, \quad (6.11)$$

gdzie  $P(D|H_n)$  jest prawdopodobieństwem, że zaobserwujemy właśnie takie dane jakie mamy, jeśli hipoteza  $H_n$  jest prawdziwa,  $P(H_n)$  jest prawdopodobieństwem wystąpienia konkretnej hipotezy, a  $P(D)$  jest prawdopodobieństwem uzyskania tych danych przy dowolnej hipotezie, czyli w tym wypadku pełni rolę normalizacji. W dalszych rozważaniach zakładamy, że każdy z naszych modeli jest równoprawny, a zatem  $P(H_n) = \text{const}$ .

Każdą obserwację traktujemy w tym przypadku jako niezależne zdarzenie. Prawdopodobieństwo uzyskania zestawu obserwacji  $D$  przy założeniu konkretnego modelu jest iloczynem prawdopodobieństw uzyskania każdej obserwacji z osobna dla tej hipotezy:

$$P(D|H_n) = \prod_k P(x^k|H_n) = \prod_k p_{i,j}^n(k) = L, \quad (6.12)$$

gdzie  $i, j$  definiują współrzędne położenia  $k$ -tej obserwacji na wykresie SNR i poczerwieniona masa „chirp”, a  $p_{i,j}^n$  jest gęstością prawdopodobieństwa danego modelu w tym miejscu.

Tak zdefiniowaną funkcję będziemy nazywać wiarygodnością hipotezy  $H_i$ , a tym samym policzonego modelu. W praktyce dla każdego modelu liczymy wartość logarytmu wiarygodności  $\log(L_{i,j}) = \sum_k \log(p_{i,j}^n(k))$ . Zazwyczaj wartość  $L$  jest liczbą bardzo dużą lub bardzo małą, dlatego wygodniej jest operować logarytmem tego parametru. Własności funkcji logarytmicznej sprawiają, że maksima występują w tych samych punktach co dla funkcji wiarygodności. Im większa wartość logarytmu wiarygodności, tym lepiej model pasuje do naszych obserwacji. Spośród wszystkich modeli w siatce wybierany jest ten o największym logarytmie wiarygodności. Jego parametry  $(\Theta_1, \Theta_2)$  traktowane są jako najlepsze dopasowanie szukanych wielkości.

Ocena dokładności wyznaczenia parametrów polega w tym przypadku na policzeniu odpowiednika standardowego odchylenia. Wiarygodność w funkcji parametrów

$\Theta_1$  i  $\Theta_2$  nie jest rozkładem normalnym. Dla każdej komórki siatki modeli możemy jednak policzyć wielkość, która będzie pełniła tą samą rolę co standardowe odchylenie w przypadku funkcji Gaussa. Wielkość tą liczymy w następujący sposób:

$$\sigma_{i,j} = \sqrt{2 \exp\left(\frac{L_{max}}{L_{i,j}}\right)}, \quad (6.13)$$

gdzie  $\sigma_{i,j}$  jest odpowiednikiem standardowego odchylenia,  $L_{max}$  jest wiarygodnością najlepiej dopasowanego modelu,  $L_{i,j}$  jest wiarygodnością konkretnego modelu. Z definicji  $\sigma_{i,j}$  dla  $i, j$  najlepiej dopasowanego modelu jest równa 0.

## 6.2. Wyniki.

Rysunki 6.5 (parametry tempa formacji gwiazd) i 6.6 (parametry kosmologiczne) prezentują przykładowe wyniki symulacji przy założeniu, że mieliśmy do dyspozycji  $N = 10^3$  obserwacji. Każdy rysunek składa się z dwóch paneli. Na górnym pokazany jest rozkład logarytmu wiarygodności w rozważanej przestrzeni parametrów. Liczby zostały tak przeskalowane, aby model, który najgorzej pasuje do danych obserwacyjnych miał przypisaną wartość 0. Im ciemniejszy czerwony kolor posiada komórka, tym lepiej odpowiadający jej model pasuje do obserwacji. Dolny panel pokazuje wartość parametru, który w naszej analizie stanowi odpowiednik standardowego odchylenia (patrz równanie 6.13). Wszystkie wartości zostały podzielone na cztery przedziały:  $\sigma \in [0, 1]$  oznaczony jest kolorem ciemnoczerwonym,  $\sigma \in [1, 2]$  reprezentuje kolor czerwony,  $\sigma \in [2, 3]$  to kolor żółty, a  $\sigma > 3$  oznaczony jest kolorem kremowym. W takiej reprezentacji wyraźnie widać jak dobrze jesteśmy w stanie odtworzyć pierwotne parametry za pomocą naszej analizy. Niebieska gwiazdka wskazuje położenie prawdziwych parametrów, których użyto do stworzenia zestawu obserwacji. Dolny panel zawiera również informację dotyczącą modelu, który najlepiej pasuje do obserwacji. Położenie modelu wskazuje zielone kółko, a wartości parametrów zostały zapisane w lewej części panelu.

### 6.3. Ocena dokładności wyznaczenia parametrów.

Na dokładność wyznaczenia parametrów wpływa sam dobór obserwacji. Każdy zestaw generowany jest w sposób losowy, a więc różne zestawy tej samej liczby obserwacji mogą dawać różne wyniki. Dla zobrazowania tego faktu prezentujemy przykładowe dwie inne realizacje  $N = 10^3$  obserwacji (rysunki 6.7-6.8 w przypadku tempa formacji gwiazd oraz rysunki 6.9 - 6.10 dla parametrów kosmologicznych).

Innym problemem jest liczba obserwacji jakimi będziemy dysponować. Parametr ten ma również istotny wpływ na dokładność wyników. Efektu tego można się było spodziewać. Dysponując małą liczbą obserwacji jesteśmy w stanie dopasować je niemal do każdego modelu. Stąd kontury parametru  $\sigma$  na dolnym panelu rysunku 6.11 czy 6.12 są tak szerokie. Z drugiej strony zbyt duża liczba obserwacji mocno zawęża swobodę w wyborze modelu. Przykładem takiego zachowania jest rysunek 6.13 oraz 6.14, gdzie tylko jeden model dobrze opisuje dane obserwacyjne.

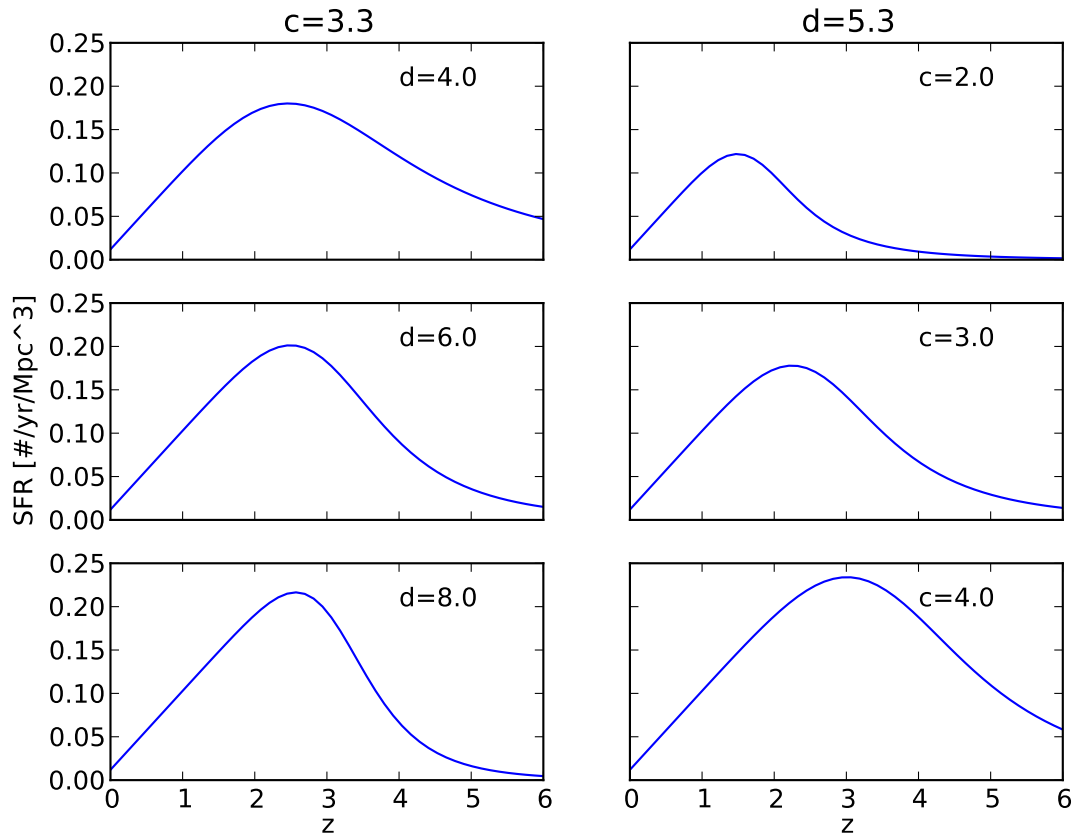
Liczba oczekiwanych obserwacji w ciągu roku jest wciąż niepewna i waha się nawet o trzy rzędy wielkości w zależności od zastosowanych modeli (tabela IV w pracy Abadie i in. (2010)). Model pesymistyczny zakłada, że liczba koalescencji obiektów zwartych będzie na poziomie  $0.01 \text{ Mpc}^{-3} \text{ Myr}^{-1}$ . Dla detektora ET, który będzie miał zasięg kosmologiczny, oznacza to około 100 koalescencji w ciągu doby ciągłych obserwacji. W naszych symulacjach rozważamy różne warianty liczebne dostępnej próbki obserwacyjnej:  $N = 10^2, 10^3, 10^4$ . Można to interpretować w dwojaki sposób. W pierwszym zakładamy, że rozważamy tylko model pesymistyczny, co stanowi dolny limit i jest ostrożnym podejściem. Wtedy  $N = 10^2$  odpowiada dobie obserwacji,  $10^3$  to 1.5 tygodnia obserwacji, a  $10^4$  będzie wynikiem 3 miesięcy obserwacji. W drugim przypadku mamy do dyspozycji dobę ciągłych obserwacji, a wartość liczby  $N$  mówi o modelu, który wybraliśmy ( $N = 10^2$  - pesymistyczny,  $10^3$  - realistyczny,  $10^4$  - optymistyczny). Wybór jednej z tych dwóch interpretacji nie ma jednak znaczenia dla szczegółów technicznych dalszej analizy.

Przykłady te pokazują w sposób jakościowy zaistniały problem. Do analizy ilościowej stworzyliśmy  $10^3$  zestawów obserwacji o tych samych wartościach parametrów. Dla każdego zestawu obserwacji został dopasowany model, dla którego parametr wiarygodności był największy. W ten sposób uzyskaliśmy  $10^3$  niezależnych oszacowań szukanych parametrów. Rozkład różnic między wartościami wyznaczonymi, a praw-

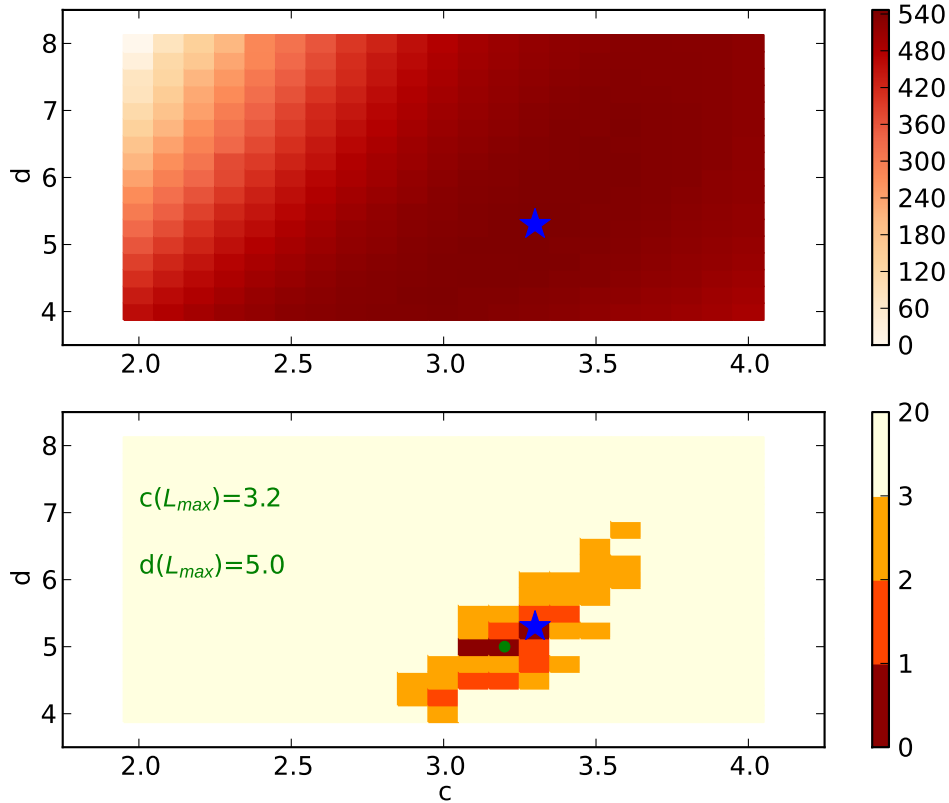
dziwymi pozwolił ocenić statystyczną dokładność naszej metody.

Rysunki 6.15 oraz 6.16 pokazują statystyczną ocenę dokładności wyznaczenia parametrów tempa formacji gwiazd oraz parametrów kosmologicznych w przypadku  $N = 10^3$  obserwacji. Histogramy przedstawiają różnicę między wartościami parametrów otrzymanymi z modelu, a prawdziwymi wartościami użytymi do stworzenia obserwacji. Na podstawie stworzonych histogramów obliczona została mediana (oznaczona na rysunkach kolorem ciemno niebieskim) oraz przedział ufności, w którym znajduje się 68% wszystkich zliczeń (zaznaczony jako jaśniejszy niebieski). Wartości wyznaczonych parametrów wraz ze statystyczną niepewnością znajdują się w prawym górnym rogu rysunków. W centralnej części znajduje się mapa gęstości pokazująca który zestaw parametrów był preferowany przez naszą metodę. Okazało się, że zarówno w przypadku parametrów opisujących tempo formacji gwiazd, jak i parametrów kosmologicznych występuje wyraźna korelacja. Wskazuje na to diagonalny przebieg zielonej mapy w centralnej części rysunków 6.15 oraz 6.16.

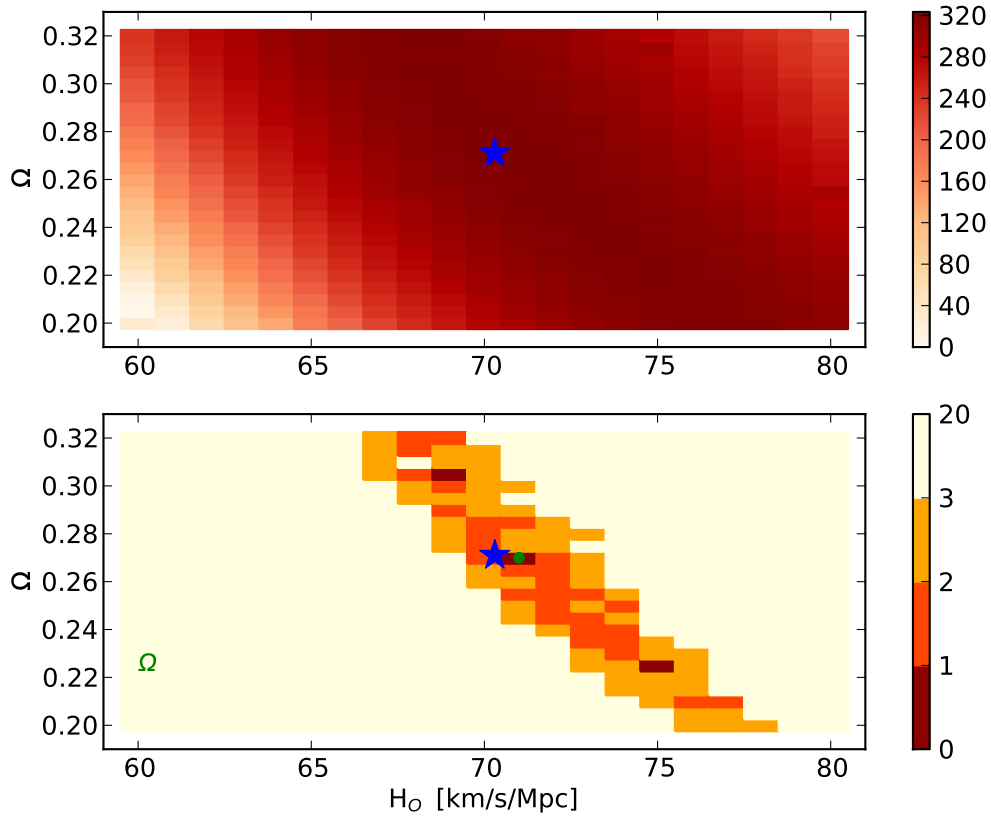
Analogiczna analiza została przeprowadzona dla  $N = 10^2$  oraz  $N = 10^4$  obserwacji. Wyniki przedstawione są na rysunkach 6.17 - 6.20



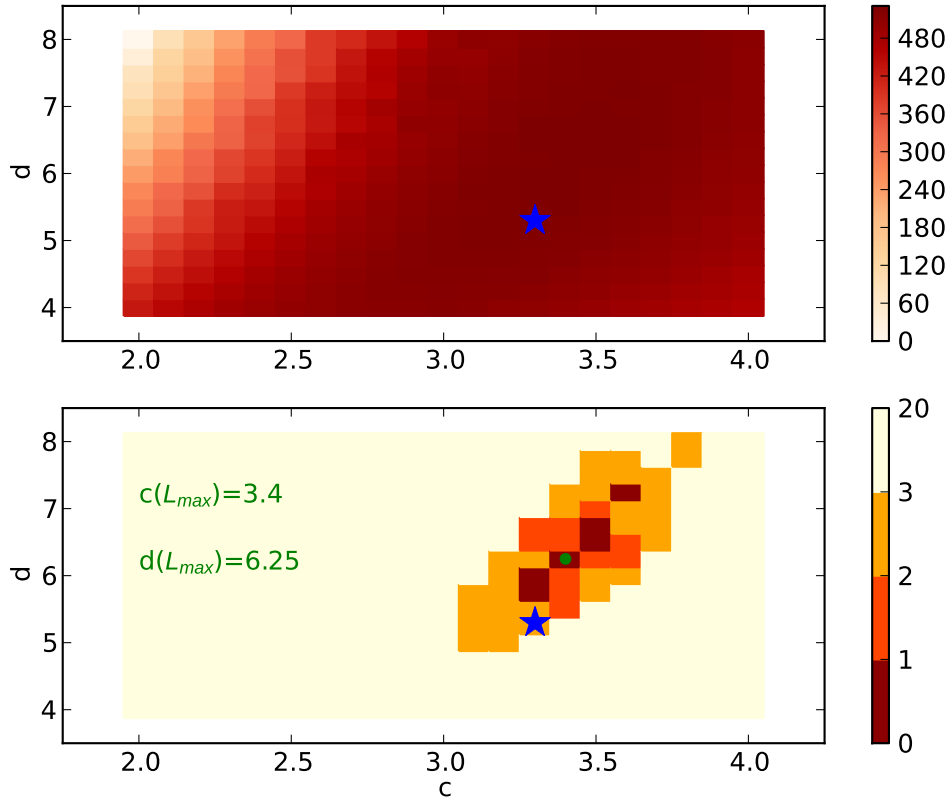
Rysunek 6.4: Tempo formacji gwiazd dla różnych wartości parametrów  $c$  i  $d$  z równania 6.10. Pierwsza kolumna pokazuje sekwencję modeli, dla których parametr  $c = 3.3$  jest stały, a parametr  $d$  przyjmuje wartości 4.0, 6.0 i 8.0. Prawa kolumna przedstawia ciąg modeli, dla których parametr  $d = 5.3$ , a zmianie ulega parametr  $c$  i przyjmuje wartości 2.0, 3.0 i 4.0.



Rysunek 6.5: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $c_0 = 3.3$ ,  $d_0 = 5.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewej części wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^3$  obserwacji.

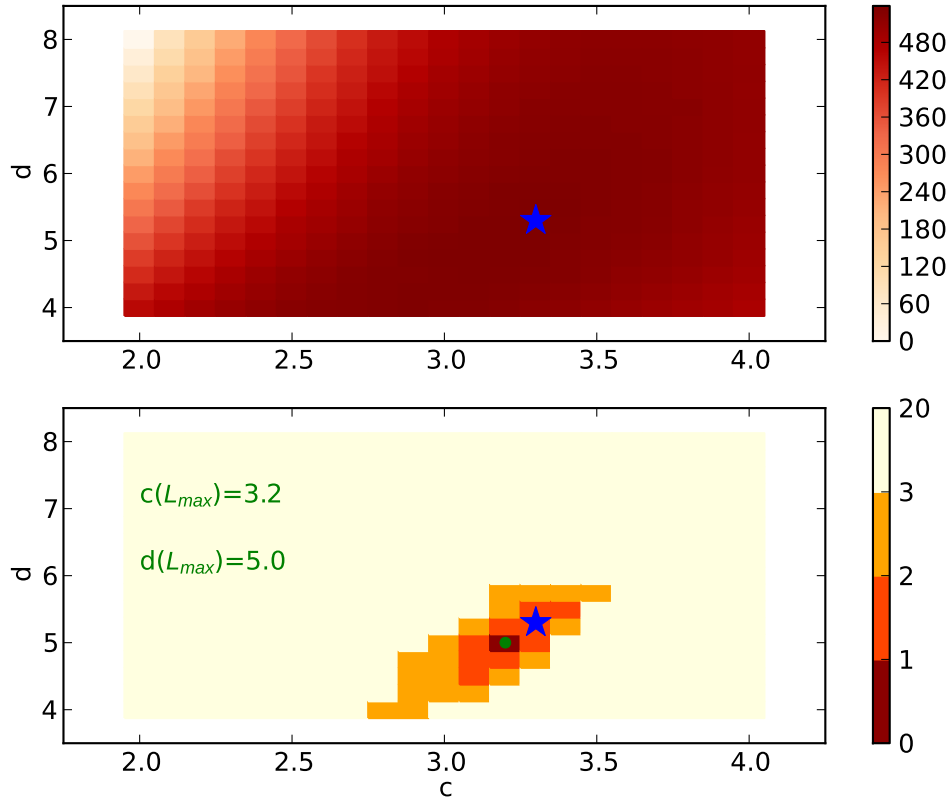


Rysunek 6.6: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $\Omega_{M0} = 0.271$ ,  $H_{00} = 70.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewym dolnym rogu wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^3$  obserwacji.

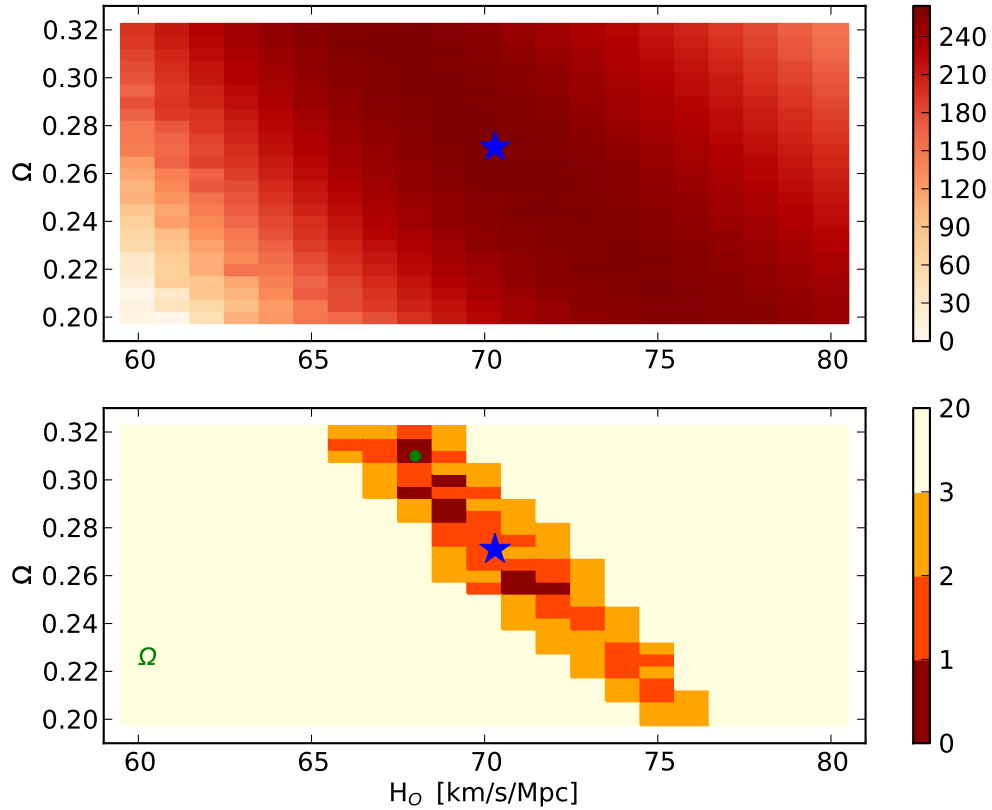


Rysunek 6.7: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $c_0 = 3.3$ ,  $d_0 = 5.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewej części wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^3$  obserwacji.

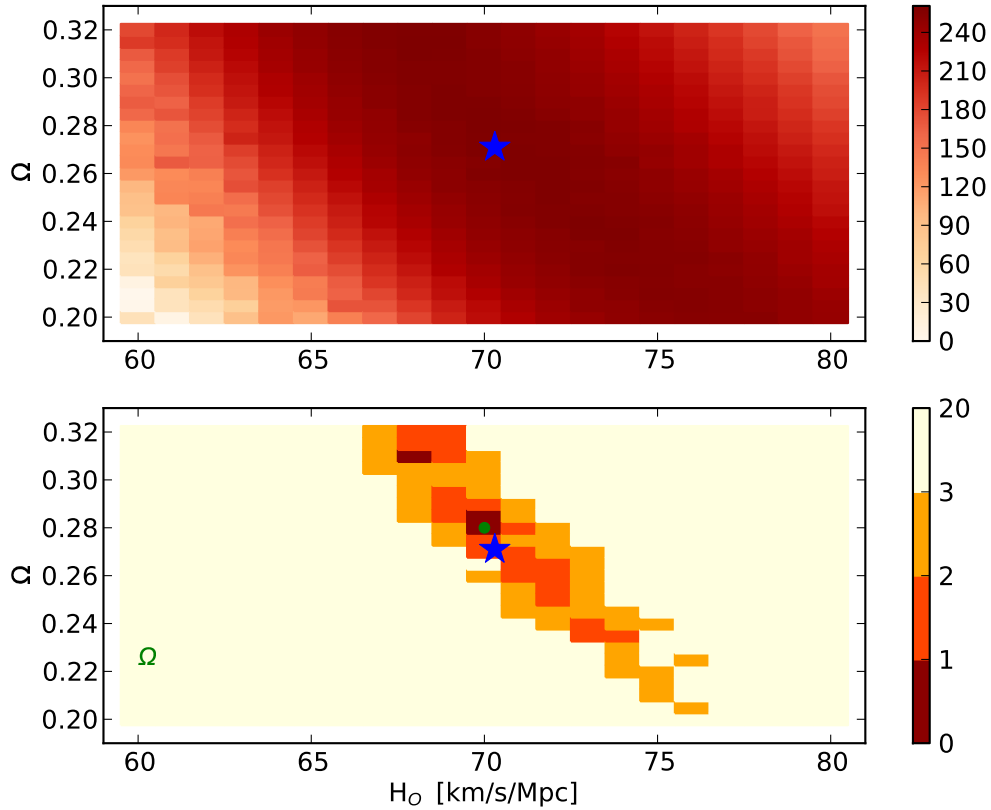




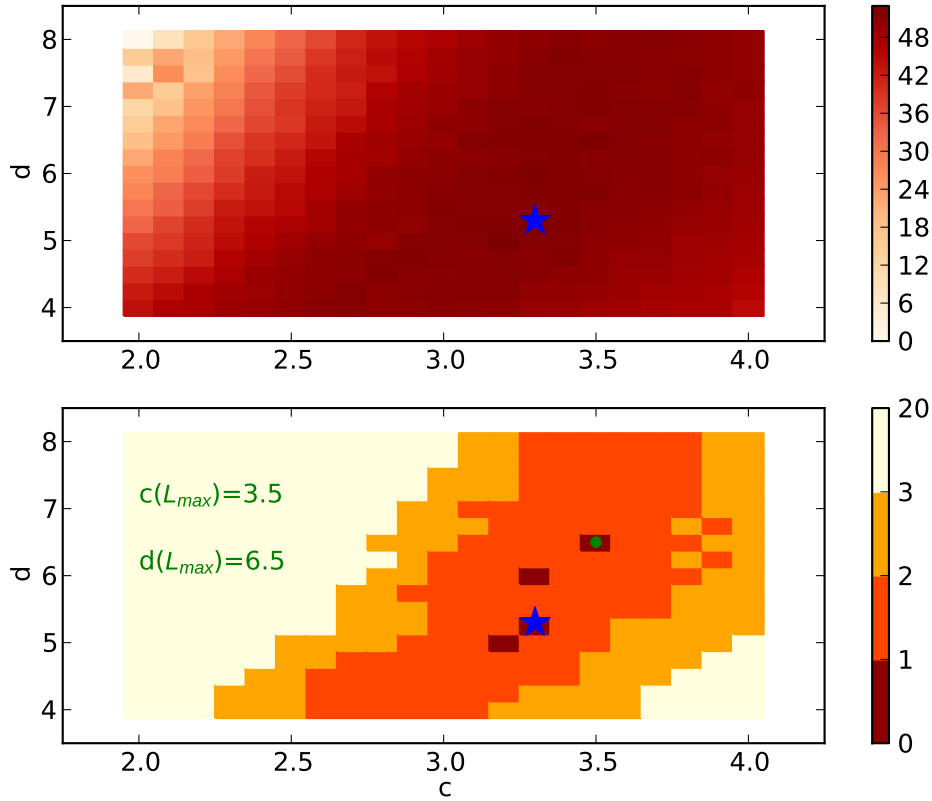
Rysunek 6.8: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $c_0 = 3.3$ ,  $d_0 = 5.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewej części wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^3$  obserwacji.



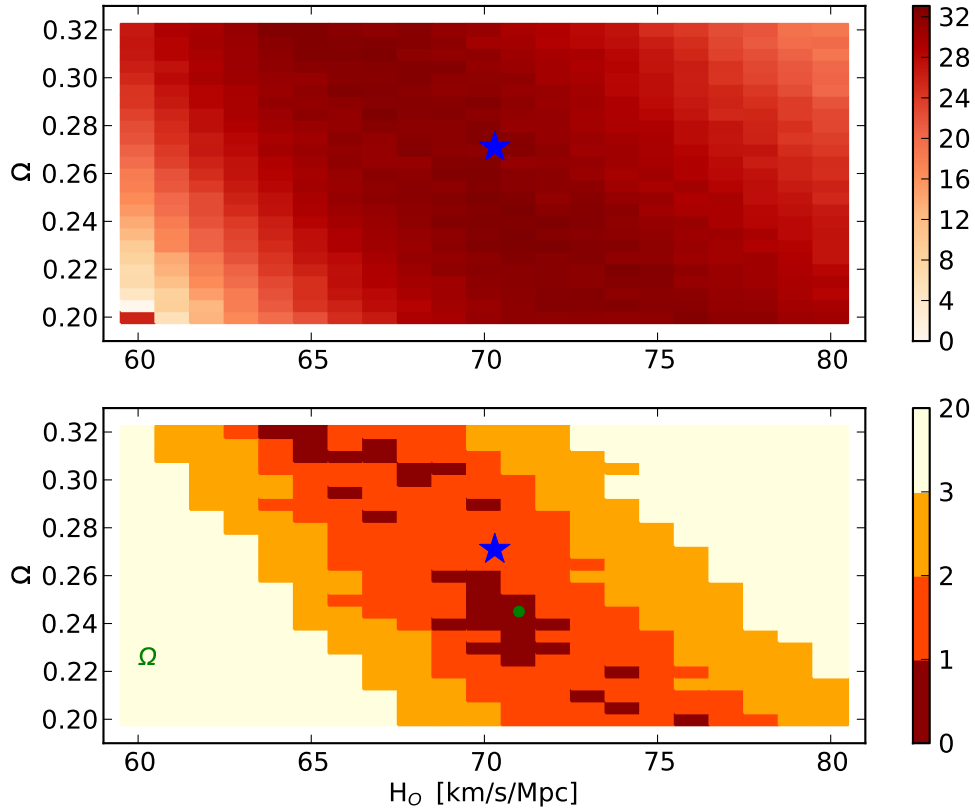
Rysunek 6.9: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $\Omega_{M0} = 0.271$ ,  $H_{00} = 70.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewym dolnym rogu wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^3$  obserwacji.



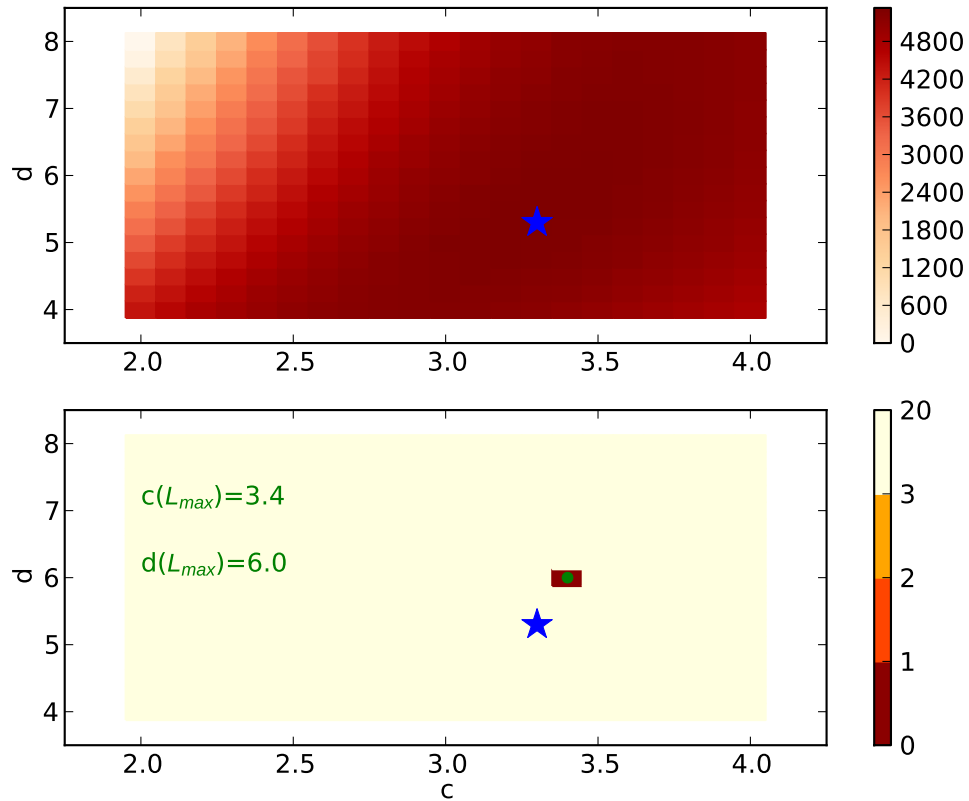
Rysunek 6.10: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $\Omega_{M0} = 0.271$ ,  $H_{00} = 70.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewym dolnym rogu wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^3$  obserwacji.



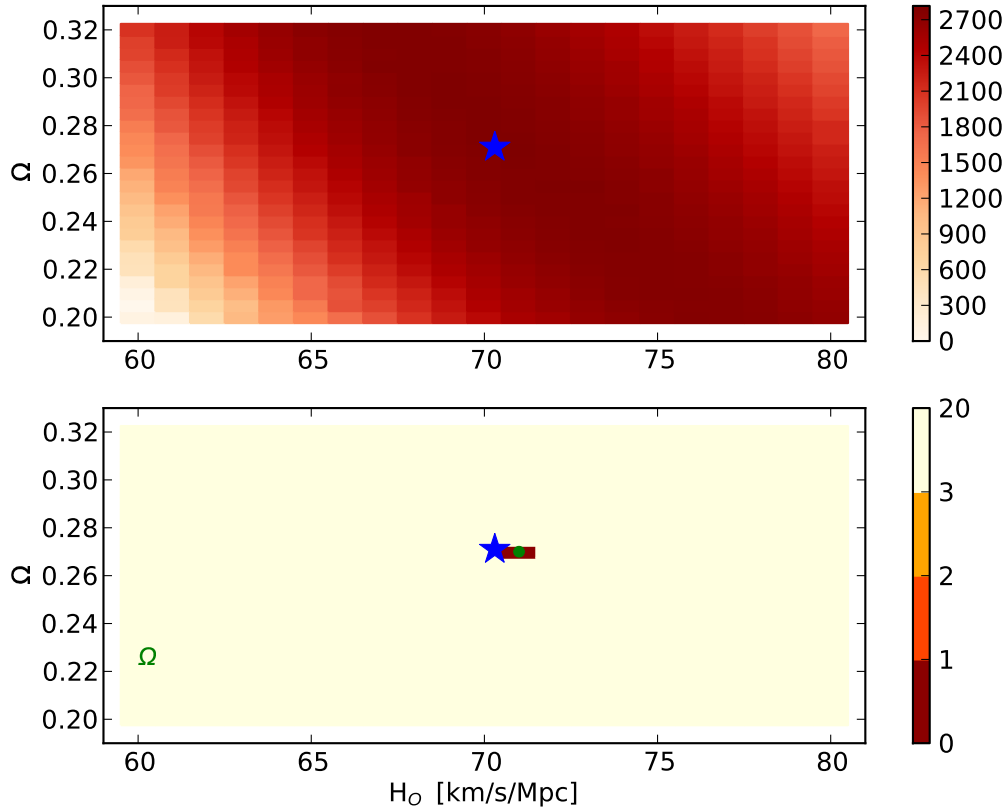
Rysunek 6.11: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $c_0 = 3.3$ ,  $d_0 = 5.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewej części wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^2$  obserwacji.



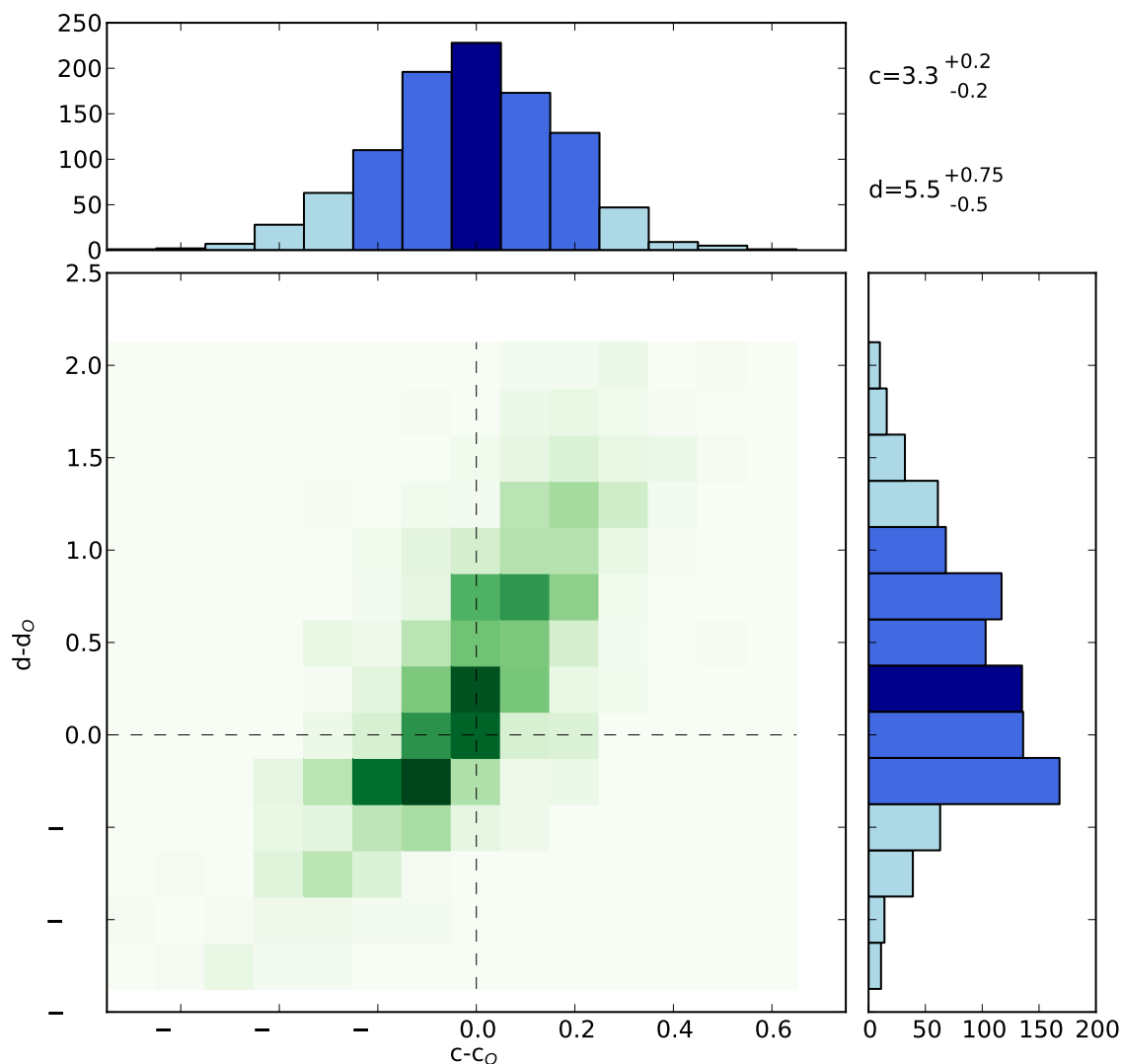
Rysunek 6.12: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $\Omega_{M0} = 0.271$ ,  $H_{00} = 70.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewym dolnym rogu wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^2$  obserwacji.



Rysunek 6.13: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $c_0 = 3.3$ ,  $d_0 = 5.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewej części wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^4$  obserwacji.

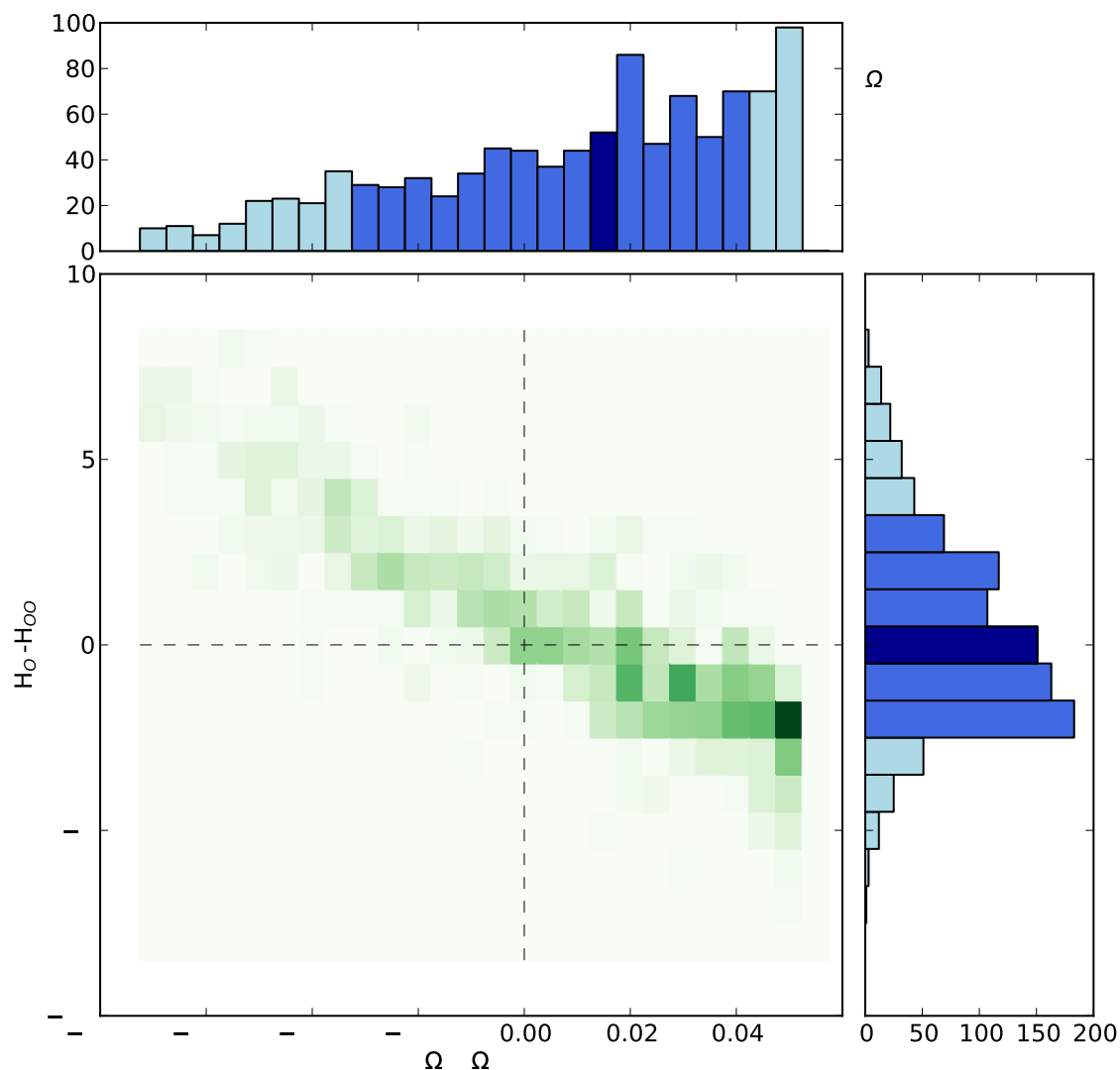


Rysunek 6.14: Górny panel przedstawia wartość logarytmu wiarygodności dla każdego z modeli (model odpowiada jednej kratce) w przykładowej symulacji. Dolny panel pokazuje wartości parametru  $\sigma$  dla wszystkich modeli. Niebieską gwiazdką zaznaczono prawdziwe parametry użyte do stworzenia zestawu obserwacji ( $\Omega_{M0} = 0.271$ ,  $H_{00} = 70.3$ ). Położenie najlepiej dopasowanego modelu oznaczone jest zielonym kółkiem, a wartości jego parametrów podane są w lewym dolnym rogu wykresu. W symulacji dostępnych było  $N = 10^4$  obserwacji.

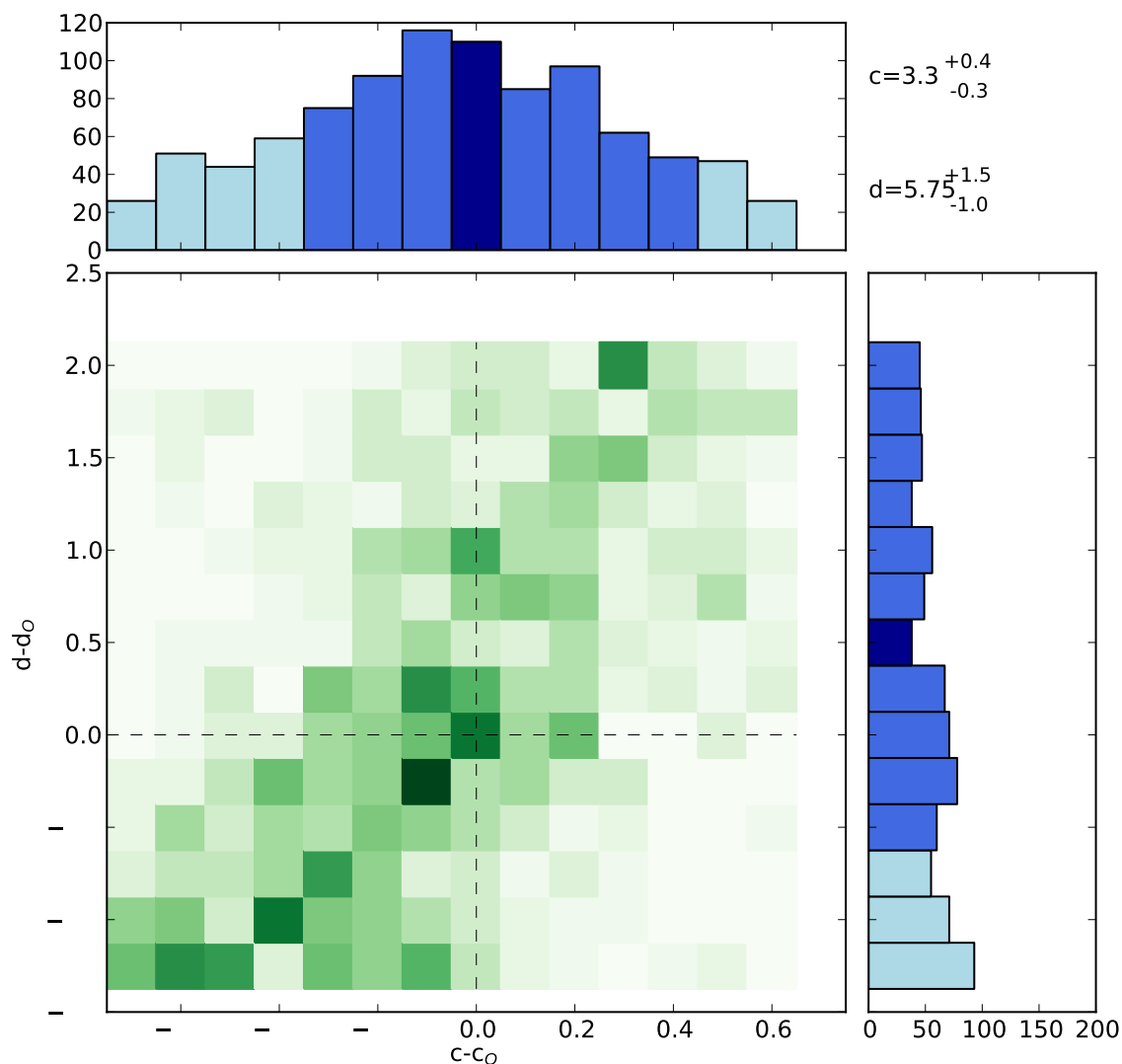


Rysunek 6.15: Ocena dokładności wyznaczenia parametrów tempa formacji gwiazd. Histogramy przedstawiają różnicę między wartościami parametrów otrzymanymi z modelu, a prawdziwymi wartościami użytymi do stworzenia obserwacji (górny histogram dotyczy parametru  $c$ , a boczny  $d$ ). Kolorem ciemno niebieskim zaznaczona została mediana, a jasniejszym przedział ufności 68%. W centralnej części znajduje się mapa gęstości pokazująca który zestaw parametrów był preferowany. Linie przerywane wskazują położenie przedziału histogramu zawierającego prawdziwą wartość rozważanego parametru. W prawym górnym rogu rysunku podana została wartość mediany oraz szerokości przedziałów zawierających 34% przypadków po lewej i prawej stronie od mediany. Wyniki przy założeniu  $N = 10^3$  obserwacji.

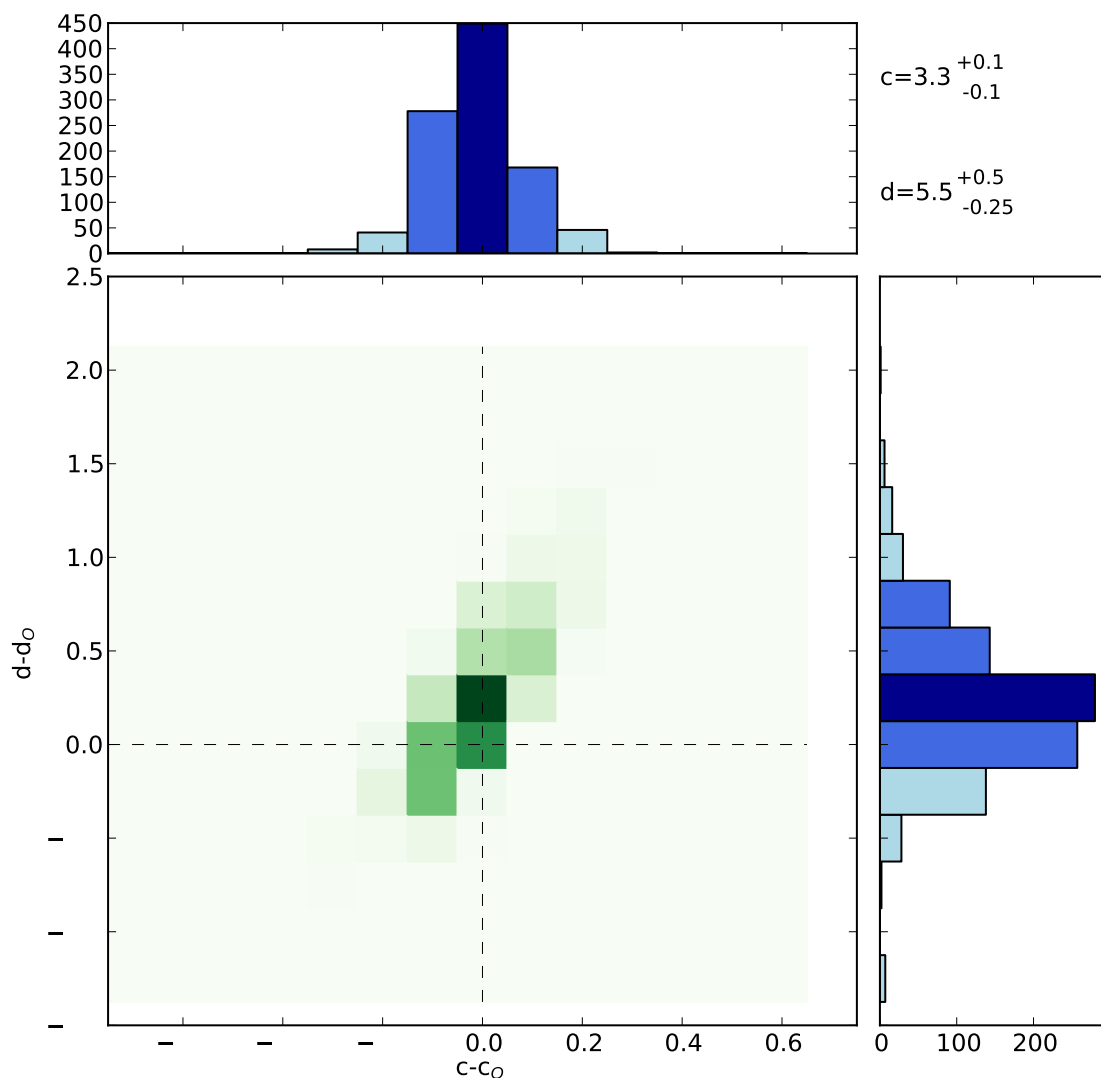




Rysunek 6.16: Ocena dokładności wyznaczenia parametrów kosmologicznych. Histogramy przedstawiają różnicę między wartościami parametrów otrzymanymi z modelu, a prawdziwymi wartościami użytymi do stworzenia obserwacji (górny histogram dotyczy parametru  $\Omega_M$ , a boczny  $H_0$ ). Kolorem ciemno niebieskim zaznaczona została mediana, a jasniejszym przedział ufności 68%. W centralnej części znajduje się mapa gęstości pokazująca który zestaw parametrów był preferowany. Linie przerywane wskazują położenie przedziału histogramu zawierającego prawdziwą wartość rozważanego parametru. W prawym górnym rogu rysunku podana została wartość mediany oraz szerokości przedziałów zawierających 34% przypadków po lewej i prawej stronie od mediany. Wyniki przy założeniu  $N = 10^3$  obserwacji.



Rysunek 6.17: Ocena dokładności wyznaczenia parametrów tempa formacji gwiazd. Histogramy przedstawiają różnicę między wartościami parametrów otrzymanymi z modelu, a prawdziwymi wartościami użytymi do stworzenia obserwacji (górny histogram dotyczy parametru  $c$ , a boczny  $d$ ). Kolorem ciemno niebieskim zaznaczona została mediana, a jasniejszym przedział ufności 68%. W centralnej części znajduje się mapa gęstości pokazująca który zestaw parametrów był preferowany. Linie przerywane wskazują położenie przedziału histogramu zawierającego prawdziwą wartość rozważanego parametru. W prawym górnym rogu rysunku podana została wartość mediany oraz szerokości przedziałów zawierających 34% przypadków po lewej i prawej stronie od mediany. Wyniki przy założeniu  $N = 10^2$  obserwacji.



Rysunek 6.18: Ocena dokładności wyznaczenia parametrów tempa formacji gwiazd. Histogramy przedstawiają różnicę między wartościami parametrów otrzymanymi z modelu, a prawdziwymi wartościami użytymi do stworzenia obserwacji (górny histogram dotyczy parametru  $c$ , a boczny  $d$ ). Kolorem ciemno niebieskim zaznaczona została mediana, a jasniejszym przedział ufności 68%. W centralnej części znajduje się mapa gęstości pokazująca który zestaw parametrów był preferowany. Linie przerywane wskazują położenie przedziału histogramu zawierającego prawdziwą wartość rozważanego parametru. W prawym górnym rogu rysunku podana została wartość mediany oraz szerokości przedziałów zawierających 34% przypadków po lewej i prawej stronie od mediany. Wyniki przy założeniu  $N = 10^4$  obserwacji.

Na podstawie uzyskanych danych możemy podać mediany otrzymanych rozkładów parametrów oraz ich przedziały ufności wynikające z rozrzutu statystycznego. Wyniki dla różnej liczby dostępnych obserwacji prezentuje tabela 6.1. Dla każdego parametru podana jest mediana (trzecia kolumna) oraz dolny i górny zakres przedziału ufności na poziomie 68% (kolumna druga i czwarta, odpowiednio).

Tablica 6.1: Mediana oraz górna i dolna granica przedziału zawierającego 68% wypadków w zależności od liczby dostępnych obserwacji  $N$ .

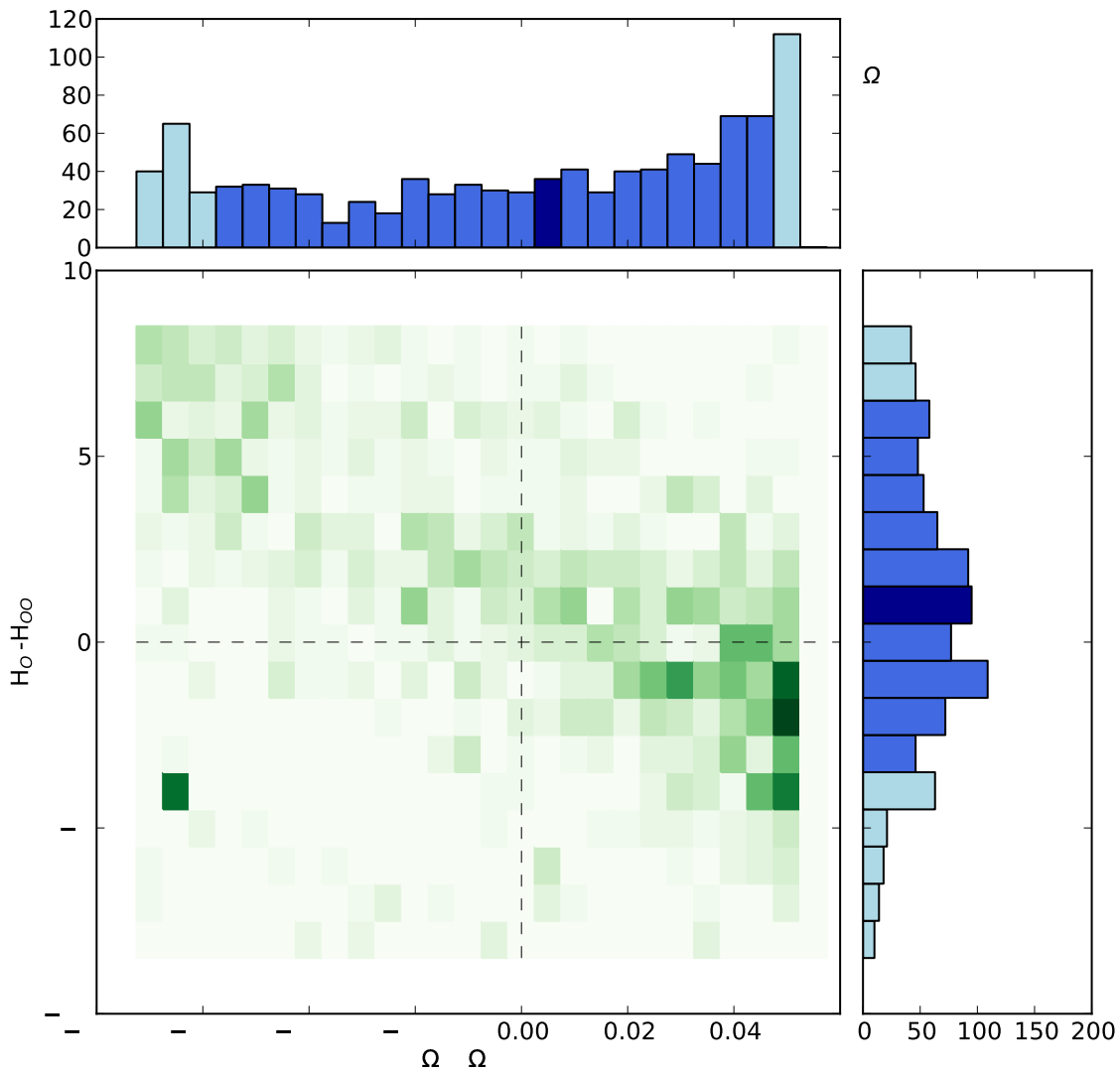
N	dolna granica	mediana	górna granica
c			
$10^2$	3.0	3.3	3.7
$10^3$	3.1	3.3	3.5
$10^4$	3.2	3.3	3.4
d			
$10^2$	4.75	5.75	7.25
$10^3$	5.0	5.5	6.25
$10^4$	5.25	5.5	6.0
$\Omega_M$			
$10^2$	0.215	0.275	0.315
$10^3$	0.240	0.285	0.310
$10^4$	0.260	0.290	0.310
$H_0$			
$10^2$	67	71	76
$10^3$	68	70	73
$10^4$	68	69	70

Dokładniejszą analizę zachowania się wartości niepewności statystycznych prezentuje rysunek 6.21. Dla każdego z parametrów stworzono oddzielny panel, który pokazuje jak wygląda zależność szerokości połówkowej jego rozkładu od liczby obserwacji. Rozrzut parametrów losowych powinien zmniejszać się wraz ze wzrostem liczebności próbki. Błąd wyznaczenia parametru powinien spadać proporcjonalnie do odwrotności pierwiastka z liczby obserwacji ( $\sigma_x \sim 1/\sqrt{N}$ ). Przerzywane linie na każdym z paneli pokazują przebieg takiej teoretycznej zależności. Dodatkowo na ry-

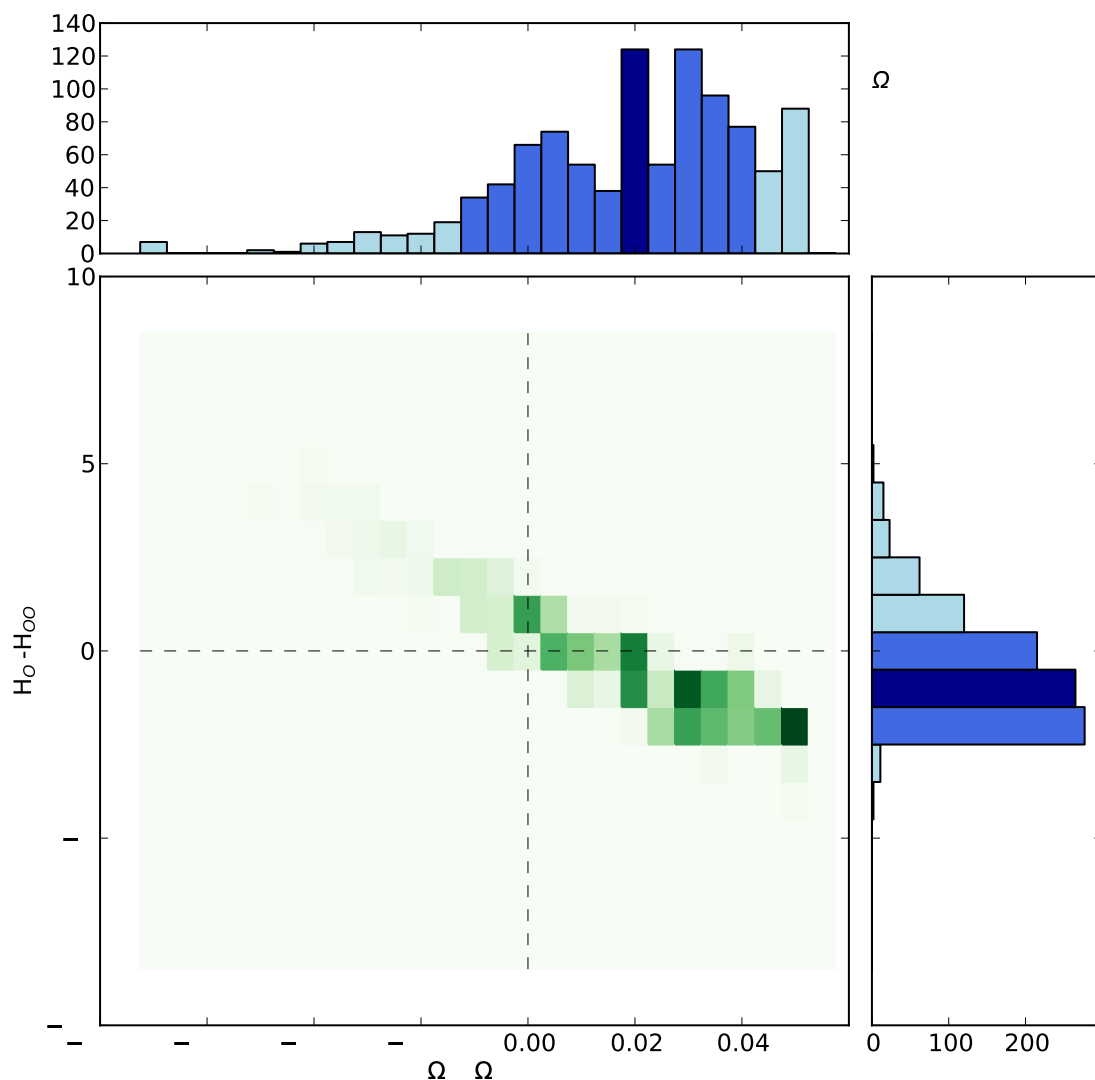
sunku zaznaczono odległość między modelami, która określona jest poprzez gęstość siatki modeli użytej w symulacjach.

Wyraźnie widać, że błędy wyznaczenia parametrów maleją przy rosnącej liczbie obserwacji, ale wolniej niż można się było tego spodziewać. Oznacza to, że istnieje inne źródło niepewności, które nie jest związane z samą losowością próbki. Istotny wpływ może mieć skończona rozdzielczość używanej siatki modeli. Przy  $N = 10^4$  dochodzimy do granicy rozdzielczości siatki zastosowanej w naszych symulacjach. Niepewności statystyczne stają się porównywalne z odstępami między modelami wynikającymi z przyjętej gęstości siatki modeli.

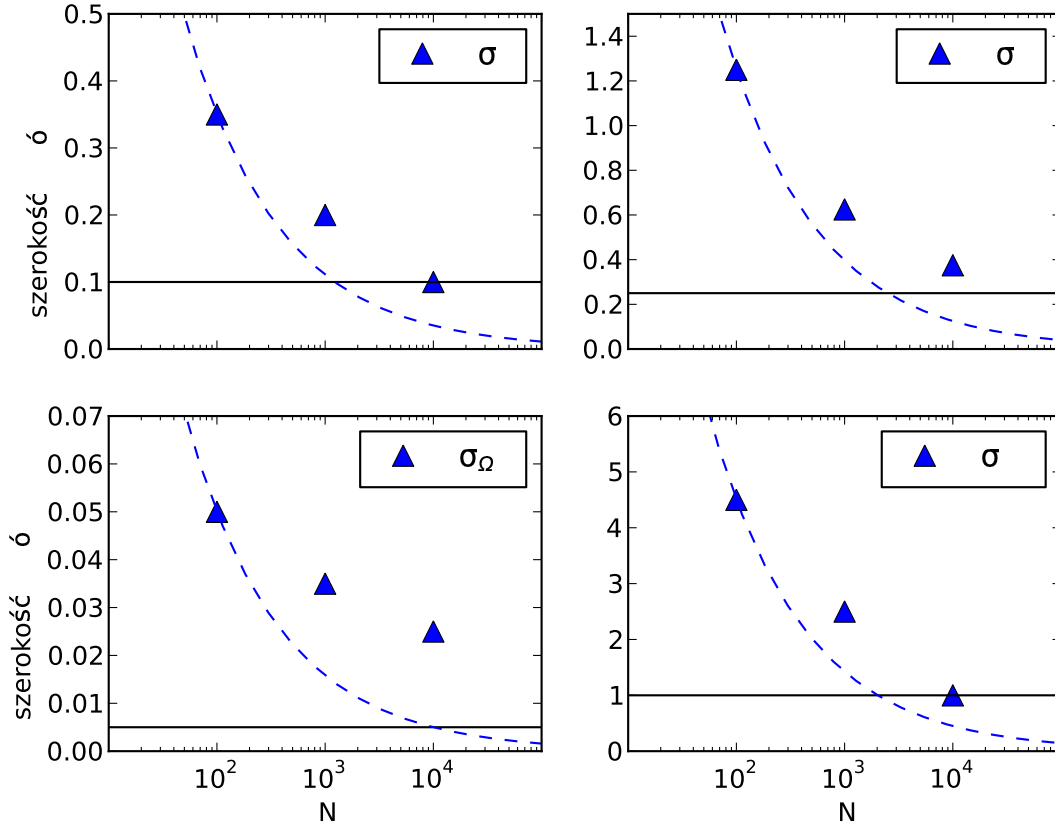
Dokładność wyznaczenia parametrów kosmologicznych jest porównywalna z tą osiąganą przez misje kosmiczne badające mikrofalowe promieniowanie tła. Najnowsze wyniki pochodzące z misji Planck pokazują, że obecna stała Hubble'a jest wyznaczona z dokładnością  $\pm 1.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , a parametr  $\Omega_M$  z dokładnością  $\pm 0.02$  (Planck Collaboration i in. 2013). Jednym z ograniczeń naszej metody jest gęstość siatki modeli. Zwiększenie liczby rozważanych modeli może przyczynić się do zwiększenia dokładności. Sprawia to, że obserwacje fal grawitacyjnych będą nowym, komplementarnym do dotychczasowych, źródłem informacji o kosmologii. W przypadku parametrów określających tempo formowania się gwiazd nie ma obserwacji, które sięgają aż tak dużych przesunięć ku czerwieni. Fale grawitacyjne będą jedyną bezpośrednią możliwością na określenie tej funkcji w skalach kosmologicznych.



Rysunek 6.19: Ocena dokładności wyznaczenia parametrów kosmologicznych. Histogramy przedstawiają różnicę między wartościami parametrów otrzymanymi z modelu, a prawdziwymi wartościami użytymi do stworzenia obserwacji (górny histogram dotyczy parametru  $\Omega_M$ , a boczny  $H_0$ ). Kolorem ciemno niebieskim zaznaczona została mediana, a jasniejszym przedział ufności 68%. W centralnej części znajduje się mapa gęstości pokazująca który zestaw parametrów był preferowany. Linie przerywane wskazują położenie przedziału histogramu zawierającego prawdziwą wartość rozważanego parametru. W prawym górnym rogu rysunku podana została wartość mediany oraz szerokości przedziałów zawierających 34% przypadków po lewej i prawej stronie od mediany. Wyniki przy założeniu  $N = 10^2$  obserwacji.



Rysunek 6.20: Ocena dokładności wyznaczenia parametrów kosmologicznych. Histogramy przedstawiają różnicę między wartościami parametrów otrzymanymi z modelu, a prawdziwymi wartościami użytymi do stworzenia obserwacji (górny histogram dotyczy parametru  $\Omega_M$ , a boczny  $H_0$ ). Kolorem ciemno niebieskim zaznaczona została mediana, a jasniejszym przedział ufności 68%. W centralnej części znajduje się mapa gęstości pokazująca który zestaw parametrów był preferowany. Linie przerywane wskazują położenie przedziału histogramu zawierającego prawdziwą wartość rozważanego parametru. W prawym górnym rogu rysunku podana została wartość mediany oraz szerokości przedziałów zawierających 34% przypadków po lewej i prawej stronie od mediany. Wyniki przy założeniu  $N = 10^4$  obserwacji.



Rysunek 6.21: Szerokość połówkowa rozkładu prawdopodobieństwa wyznaczonej wielkości danego parametru. Górny rząd paneli przedstawia parametry związane z tempem formacji gwiazd (parametry  $c$  i  $d$ ). Dolny rząd przedstawia parametry kosmologiczne ( $\Omega_M$  i  $H_0$ ). Przerywane linie pokazują teoretyczny przebieg funkcji, w której błąd spada proporcjonalnie do  $1/\sqrt{N}$ . Czarne poziome linie pokazują gęstość siatki modeli.



## 7. Podsumowanie.

Niniejsza praca porusza zagadnienia związane z zastosowaniem w astrofizyce obserwacji fal grawitacyjnych. W przyszłości promieniowanie grawitacyjne stanowić będzie nowe, bardzo ważne źródło informacji o otaczających nas obiektach astrofizycznych. Na szczególną uwagę zasługują układy podwójne obiektów zwartych. Występują one powszechnie we Wszechświecie. Ponadto istnieją mocne przesłanki zarówno obserwacyjne (pulsar Hulsea-Taylor), jak i teoretyczne (patrz 2.3.3) sugerujące, że tego typu obiekty są silnymi emiterami fal grawitacyjnych.

W naszej pracy rozważyliśmy wpływ ekscentryczności orbity układu podwójnego na ewmitowany sygnał w paśmie grawitacyjnym. Uzyskaliśmy rozkłady ekscentryczności dla trzech typów układów podwójnych obiektów zwartych w momencie ich przechodzenia przez okno czułości detektorów grawitacyjnych. Dla częstości odpowiadającej detektorowi DECIGO podwójne gwiazdy neutronowe posiadają wyraźne maksimum w okolicach  $e \sim 10^{-5}$  (ET:  $10^{-4}$ ) występujące we wszystkich rozważanych modelach. Dodatkowo w modelach oznaczonych literą A występuje drugie maksimum zlokalizowane w pobliżu  $e \sim 10^{-4}$  (ET:  $10^{-3}$ ), które pochodzi od układów "ultra-ciasnych". Rozkład odpowiadający układom mieszanym (zawierającym czarną dziurę i gwiazdę neutronową) jest skoncentrowany wokół  $e \sim 10^{-5}$  (ET:  $10^{-6}$ ). Podwójne czarne dziury również mają tylko jedno maksimum, które jest nieco szersze i przesunięte w stronę niższych ekscentryczności. Maksimum tego rozkładu zawiera się między  $e \sim 10^{-6}$  (ET:  $10^{-7}$ ) i  $e \sim 10^{-4}$  (ET:  $10^{-5}$ ). Pokazaliśmy jaki procent rzeczywistych układów może wykazywać znaczące spłaszczenie orbity w momencie, gdy będą mogły być zaobserwowane przez planowane detektory fal grawitacyjnych (rozdział 4). Podwójne czarne dziury nie wykazują znaczącej ekscentryczności nawet w najniższej rozważanej częstości ( $f = 0.3$  Hz). Większość modeli przewiduje, że udział układów podwójnych czarnych dziur o ekscentryczności większej niż 0.01 będzie mniejszy niż 1%. Układów mieszanych spodziewamy się około 3 – 4% w detektorach typu DECIGO, ale jest ich bardzo mało w porównaniu z innymi typami układów zwartych. Największe szanse na detekcję ekscentryczności będziemy mieli w przy obserwacjach podwójnych gwiazd neutronowych. Wśród podwójnych gwiazd neutronowych obserwowanych przez kosmiczne detektory powinno znaleźć się 2 – 27% takich, których ekscentryczność jest powyżej 0.01. Tak duża rozpiętość wy-

nika z niepewności związanych z metalicznością i szczegółów ewolucji gwiazdowej. Wykazaliśmy, że ekscentryczność będzie miała znaczenie dopiero w erze detektorów III generacji oraz późniejszych detektorów kosmicznych. Wynik ten ma duże znaczenie dla zagadnienia estymacji parametrów. Kolaboracja LIGO/VIRGO wypracowała szereg skomplikowanych metod mających na celu wyznaczenie dokładnych parametrów obserwowanego źródła. Każdy kolejny parametr, który włączony jest do analizy sprawia, że wzrasta wymiar przeszukiwanej przestrzeni parametrów. Sprawia to, że szybko rosną koszty obliczeniowe tych procesów. Dlatego fakt, że nawet przy analizie danych z detektorów II generacji nie jest konieczne uwzględnienie ekscentryczności, jest istotny.

Następnie skupiliśmy się na policzeniu tła fal grawitacyjnych od układów, których nie będziemy w stanie zarejestrować jako osobne obiekty (rozdział 5). Pokazaliśmy jaki wpływ na uzyskane wyniki ma metaliczność ośrodka, w którym ewoluowały nasze układy. Wyniki zostały przedstawione dla populacji I (metaliczność słoneczna), II (metaliczność 10 % słonecznej) oraz III (pierwsze gwiazdy pozbawione metali). W każdym przypadku dokonana została analiza wpływu szczegółów modeli ewolucji gwiazdowej na uzyskane wyniki. Obliczone tło fal grawitacyjnych pochodzące od populacji III będzie widoczne już w detektorach II generacji, pod warunkiem, że jest ich wystarczająco dużo. Głównym czynnikiem determinującym poziom tła jest bowiem ułamek binarny, który określa jak dużo gwiazd tworzyło się w układach podwójnych. W standardowym modelu poczyniono ostrożne założenie, że  $f_b = 0.1$ . Cechą charakterystyczną tła pochodzącego od populacji III jest jego gwałtowny zanik w okolicy 100 Hz. Populacja II będzie widoczna zarówno w detektorach II, jak i III generacji. Zaś populacja I, charakteryzująca się największą metalicznością będzie widoczna w detektorach III generacji. Wyjatek stanowi bardzo optymistyczny model, w którym układy inicjujące fazę wspólnej otoczki na przerwie Hertzsprunga nie ulegają zlaniam. Wtedy nawet II generacja detektorów ma szansę na obserwację tła fal grawitacyjnych od najmłodszych populacji gwiazdowych. Głównym składnikiem tła w oknie czułości planowanych detektorów są układy podwójnych czarnych dziur. Struktura, za którą odpowiedzialne są gwiazdy neutronowe ujawnia się dopiero w zakresie kHz, który będzie niedostępny dla anten, których konstrukcja jest obecnie planowana. Mimo to, przyszłe obserwacje mogą nałożyć pewne ograniczenia na parametry używane do modelowania gwiazd.

Kolejnym zagadnieniem dyskutowanym w pracy jest metoda szacowania dokładności wyznaczania parametrów fizycznych na podstawie obserwacji w falach grawitacyjnych (rozdział 6). Zakładając pewne parametry kosmologiczne oraz postać tempa formacji gwiazd we Wszechświecie stworzyliśmy sztuczne obserwacje. Następnie skonstruowaliśmy siatkę modeli w przestrzeni szukanych parametrów. Rozważyliśmy dwa przypadki. W pierwszym z nich szukaliśmy dwóch parametrów mających wpływ na kształt tempa formacji gwiazd -  $c$  i  $d$  (patrz równanie 6.10). W drugim zaś szukane były parametry kosmologiczne  $\Omega_M$  i  $H_0$ . Dokonałiśmy analizy wpływu losowości generowanych obserwacji na uzyskane wyniki oraz liczby dostępnych obserwacji. Niepewność statystyczna metody maleje wraz ze wzrostem liczby obserwacji, choć wolniej niż przewidywania teoretyczne. Szerokość przedziału ufności na poziomie 68% wyznaczenia parametru  $c$  (związanego z tempem formacji gwiazd) to 0.7 przy  $N = 10^2$  obserwacji, 0.4 przy  $N = 10^3$  obserwacji oraz 0.2 dla  $N = 10^4$  obserwacji. W przypadku parametru  $d$  szerokość przedziału wynosi 2.5 przy  $N = 10^2$  obserwacji, 1.25 przy  $N = 10^3$  obserwacji oraz 0.75 dla  $N = 10^4$  obserwacji. Szerokość przedziału ufności przy wyznaczaniu parametru  $\Omega_M$  wynoszą 0.1, 0.07 oraz 0.05 przy użyciu  $N = 10^2$ ,  $10^3$  i  $10^4$  obserwacji, odpowiednio. Dokładność wyznaczenia parametru  $H_0$  określona jest przez następujące szerokości przedziałów ufności: 9, 5 oraz 2 przy użyciu  $N = 10^2$ ,  $10^3$  i  $10^4$  obserwacji, odpowiednio. W przypadku parametrów  $c$ ,  $d$  oraz  $H_0$  osiągnięta została granica wynikająca ze skończonej rozdzielczości zastosowanej siatki modeli. Przy  $N = 10^4$  obserwacji uzyskana dokładność statystyczna nie mogła być większa ze względu na odległość między modelami w siatce.

Obecnie dostępne obserwacje, za pomocą których uzyskuje się oszacowanie tempa formacji gwiazd, są ograniczone do naszego lokalnego Wszechświata. Metoda wykorzystująca fale grawitacyjne będzie miała znacznie większy zasięg, co pozwoli na precyzyjniejsze wyznaczenie tego ważnego rozkładu. Parametry kosmologiczne są wyznaczone z dużym powodzeniem przez misje kosmiczne badające mikrofalowe promieniowanie tła. Ostatnio opublikowane wyniki misji Planck uzyskały dokładność wyznaczenia parametru  $\Omega_M$  na poziomie ufności 68% rzędu 0.04 oraz parametru  $H_0$  rzędu 2.8. Wielkości są porównywalne z osiągniętymi w niniejszej pracy. Podsumowując, przedstawiona metoda okazała się bardzo obiecującym narzędziem, które w przyszłości może stać się komplementarnym do dotychczasowych sposobów wyznaczania parametrów fizycznych Wszechświata.



## A. Normalizacja tempa koalescencji.

Normalizacja otrzymanego tempa koalescencji wymaga wzięcia pod uwagę wielu czynników. W pierwszej kolejności należy zauważyć, że lista układów podwójnych, których używamy nie jest kompletną próbką gwiazd spotykanych we Wszechświecie. Pomimo naszych starań, aby powstała populacja była jak najbardziej zbliżona do rzeczywistości, nigdy nie będziemy w stanie symulować dokładnie tego co oferuje nam natura. W szczególności, nasze symulacje nie pokrywają całego zakresu mas gwiazd - z przyczyn numerycznych należało zawęzić rozważany przedział mas. Kolejnym aspektem jest to, że nie wszystkie gwiazdy, które powstały w układzie podwójnym utworzą układ podwójny obiektów zwartych. Większość z nich nie przetrwa fazy wspólnej otoczki i ulegnie zlanie lub rozerwie się w wyniku zbyt silnej eksplozji supernowej.

W wyniku działania programu `StarTrack` otrzymujemy listę układów podwójnych wraz z ich parametrami. Każdy z układów traktujemy jako oddzielny rodzaj układu, który może istnieć we Wszechświecie. W dalszych częściach naszej analizy losujemy układy z tej listy. Każdy z nich może być wybrany wielokrotnie.

Tempo koalescencji dla konkretnego rodzaju układu podwójnego możemy zapisać jako:

$$\dot{\rho}_{c,i}(z) = \frac{1}{N_{sim}} n_{bin} f_s, \quad (\text{A.1})$$

gdzie  $N_{sim}$  jest liczbą układów podwójnych, które zaczynają swoją ewolucję na zerowym ciągu głównym (ZAMS) uzyskanym za pomocą kodu `StarTrack`. W naszym przypadku ta liczba wynosi  $2 \times 10^6$ .  $n_{bin}$  jest koncentracją układów podwójnych,  $f_s =$  jest ułamkiem jaki stanowią symulowane przez nas układy podwójne.

We Wszechświecie nie powstają jednak tylko układy podwójne. Całkowite tempo formacji gwiazd ( $SFR$ ) można zapisać jako sumę wkładu od układów podwójnych oraz od gwiazd pojedynczych:

$$SFR = SFR_{bin} + SFR_{sin} [M_{\odot} \text{Mpc}^{-3} \text{yr}^{-1}]. \quad (\text{A.2})$$

Wtedy koncentrację układów podwójnych lub gwiazd pojedynczych zapiszemy jako:

$$n_k = \frac{SFR_k}{\langle M_k \rangle} [\text{Mpc}^{-3} \text{yr}^{-1}], \quad (\text{A.3})$$

gdzie zmienna  $k$  może oznaczać „bin” lub „sin” w zależności od tego czy chcemy policzyć ten parametr dla układów podwójnych czy pojedynczych.

Kolejnym istotnym parametrem jest tak zwany ułamek binarny, który jest zdefiniowany jako stosunek liczby układów podwójnych do wszystkich układów (pojedynczych i podwójnych):

$$f_b = \frac{N_{bin}}{N_{bin} + N_{sin}} = \frac{0.5n_{bin}}{0.5n_{bin} + n_{sin}}, \quad (\text{A.4})$$

gdzie  $N_{bin}$  to liczba układów podwójnych, a nie gwiazd w układach podwójnych, dlatego potrzeby jest czynnik 0.5 w drugiej części równania. W naszych symulacjach  $f_b = 0.5$ , co odpowiada wynikowi obserwacji obecnych populacji gwiazdowych. Po przekształceniu równania A.4 otrzymamy wyrażenie na koncentrację gwiazd pojedynczych:

$$n_{sin} = \frac{1}{2}n_{bin} \frac{1 - f_b}{f_b}, \quad (\text{A.5})$$

następnie, uwzględniając równanie A.2 oraz A.3 otrzymamy podobne wyrażenie opisujące koncentrację układów podwójnych:

$$n_{bin} = SFR \frac{2}{\frac{1-f_b}{f_b} \langle M_{sin} \rangle + 2 \langle M_{bin} \rangle}, \quad (\text{A.6})$$

$$n'_{bin} = \frac{2}{\frac{1-f_b}{f_b} \langle M_{sin} \rangle + 2 \langle M_{bin} \rangle}. \quad (\text{A.7})$$

Kolejny krok polega na obliczeniu średnich mas gwiazd pojedynczych oraz składników układów podwójnych. Jako początkową funkcję mas (IMF) użyliśmy popularnego wyrażenia zaproponowanego przez Salpetera (Salpeter 1955), natomiast rozkład stosunków mas pozostaje funkcją stałą.

$$\Psi(M) = KM^{-2.7}, \quad (\text{A.8})$$

$$\Phi(q) = 2q, \quad (\text{A.9})$$

gdzie  $K^{-1} = \int_{M_{min}}^{M_{max}} M^{-2.7} dM$ ,  $M_{min} = 0.08 M_{\odot}$ ,  $M_{max} = 150 M_{\odot}$ . Wtedy średnie masy, których szukamy wyrażają się następującymi wzorami:

$$\langle M_{sin} \rangle = \int_{M_{min}}^{M_{max}} M \Psi(M) dM, \quad \langle M_{bin} \rangle = \frac{1}{2} \int_{M_{min}}^{M_{max}} M \Psi(M) dM \int_0^1 dq (1+q) \Phi(q).$$

Postać  $f_s$  jest konsekwencją konkretnego sposobu losowania mas składników używanego w programie **StarTrack**. Masa głównego składnika układu jest wybierana w sposób losowy z rozkładu Salpetera o  $M_{min,sim} = 5 M_\odot$  i  $M_{max,sim} = M_{max}$ . Masa składnika wtórnego jest zdeterminowana przez stosunek mas, który jest losowany z płaskiego rozkładu. Dodatkowo istnieje wewnętrzny regulator zapewniający, że masa drugiej gwiazdy będzie większa od  $3 M_\odot$ . Taki sposób wybierania mas składników zapewnia, że masa pierwszej gwiazdy jest zawsze większa od masy drugiej gwiazdy, a masa całkowita układu nie jest mniejsza od  $8 M_\odot$ .

Symulowane w ten sposób układy podwójne są pewną częścią rzeczywistej populacji. Tą część możemy zapisać w następujący sposób:

$$f_s = \frac{\int_{M_{min,sim}}^{M_{max}} dM \Psi(M) \int_{q_{min}(M)}^1 dq \Phi(q)}{\int_{M_{min}}^{M_{max}} dM \Psi(M) \int_0^1 dq \Phi(q)} \quad (\text{A.10})$$

gdzie  $q_{min}(M) = \frac{3}{M}$ . Szukana normalizacja  $A^k$  (k=BNS, NSBH or BBH) jest zdefiniowana:

$$A^k = \frac{N^k}{N_{sim}} n'_{bin} f_s [M_\odot^{-1}]. \quad (\text{A.11})$$

$N^k$  jest liczbą układów podwójnych danego typu w naszych symulacjach. Szczegółowa lista wartości tego parametru dla każdego z analizowanych modeli zawarta jest w tabeli A.1.

Tablica A.1: Liczba układów podwójnych każdego typu dla wszystkich modeli. Otrzymane układy są wynikiem ewolucji  $N = 2 \times 10^6$  układów podwójnych gwiazd dokonanej za pomocą programu *StarTrack*.

Model	$N^{BNS}$	$N^{NSBH}$	$N^{BBH}$
BZK	1618	43	395
BZk	1994	56	441
BzK	509	475	2873
Bzk	464	885	3175
AZK	4940	326	1721
AZk	6710	404	2164
AzK	1698	736	15312
Azk	1769	1283	17613



# Bibliografia

- Abadie, J., Abbott, B. P., Abbott, R., i in. 2010, *Classical and Quantum Gravity*, 27, 173001
- Abbott, B. P., Abbott, R., Adhikari, R., i in. 2009a, *Phys. Rev. D*, 80, 062002
- Abbott, B. P., Abbott, R., Adhikari, R., i in. 2009b, *Reports on Progress in Physics*, 72, 076901
- Acernese, F., Amico, P., Al-Shourbagy, M., i in. 2006, *Classical and Quantum Gravity*, 23, 63
- Alabidi, L., Kohri, K., Sasaki, M., & Sendouda, Y. 2012, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 9, 17
- Allen, B. & Romano, J. D. 1999, *Phys. Rev. D*, 59, 102001
- Amaro-Seoane, P., Aoudia, S., Babak, S., i in. 2012, *Classical and Quantum Gravity*, 29, 124016
- Andersson, N. 2003, *Classical and Quantum Gravity*, 20, 105
- Andersson, N. & Kokkotas, K. D. 2001, *International Journal of Modern Physics D*, 10, 381
- Astone, P., Ballantini, R., Babusci, D., i in. 2008, *Classical and Quantum Gravity*, 25, 114048
- Baker, J. G. & Data Challenge Task Force, M. L. 2010, in *Bulletin of the American Astronomical Society*, Vol. 42, American Astronomical Society Meeting Abstracts 215, 482.08

- Baraffe, I., Heger, A., & Woosley, S. E. 2001, *ApJ*, 550, 890
- Beckwith, A. 2009, in *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1103, American Institute of Physics Conference Series, ed. G. A. Robertson, 571–581
- Belczynski, K., Bulik, T., Heger, A., & Fryer, C. 2007, *ApJ*, 664, 986
- Belczynski, K., Bulik, T., & Kalogera, V. 2002, *ApJ*, 571, L147
- Belczynski, K., Bulik, T., & Rudak, B. 2004, *ApJ*, 608, L45
- Binétruy, P., Bohé, A., Caprini, C., & Dufaux, J.-F. 2012, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 6, 27
- Blair, D. G., Heng, I. S., Ivanov, E. N., & Tobar, M. E. 1998, in *Second Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Wave Experiments*, ed. E. Coccia, G. Veneziano, & G. Pizzella, 127
- Bogomazov, A. I., Lipunov, V. M., & Tutukov, A. V. 2007, *Astronomy Reports*, 51, 308
- Bonifazi, P. & Visco, M. 1992, *Nuovo Cimento C Geophysics Space Physics C*, 15, 943
- Brooks, A. F., Wen, L., & Whitcomb, S. 2011, in *Bulletin of the American Astronomical Society*, Vol. 43, American Astronomical Society Meeting Abstracts 217, 432.23
- Brown, D. A. & Zimmerman, P. J. 2010, *Phys. Rev. D*, 81, 024007
- Calzetti, D. 2012, *ArXiv e-prints*
- Clark, P. C., Glover, S. C. O., Smith, R. J., et al. 2011, *Science*, 331, 1040
- Cohen, M. I., Cutler, C., & Vallisneri, M. 2010, *Classical and Quantum Gravity*, 27, 185012
- Cutler, C. 2002, *Phys. Rev. D*, 66, 084025
- De Donder, E. & Vanbever, D. 2004, *New A*, 9, 1

- Degallaix, J., Accadia, T., Acernese, F., i in. 2013, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 467, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, ed. G. Auger, P. Binétruy, & E. Plagnol, 151
- Dewi, J. D. M., Podsiadlowski, P., & Pols, O. R. 2005, *MNRAS*, 363, L71
- Dewi, J. D. M., Pols, O. R., Savonije, G. J., & van den Heuvel, E. P. J. 2002, *MNRAS*, 331, 1027
- Einstein, A. 1916, *Annalen der Physik*, 354, 769
- ET science team. 2011, *Einstein gravitational wave Telescope conceptual design study*
- Garcia-Bellido, J. & Figuerao, D. G. 2008, *ArXiv e-prints*
- Gehrels, N. & Razzaque, S. 2013, *ArXiv e-prints*
- Giacomazzo, B., Perna, R., Rezzolla, L., Troja, E., & Lazzati, D. 2013, *ApJ*, 762, L18
- Giblin, Jr., J. T., Price, L. R., Siemens, X., & Vlcek, B. 2012, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 11, 6
- Giovannini, M., Keihänen, E., & Kurki-Suonio, H. 2002, *Phys. Rev. D*, 66, 043504
- Gondek-Rosińska, D., Bulik, T., & Belczyński, K. 2005, *Mem. Soc. Astron. Italiana*, 76, 632
- Gondek-Rosińska, D., Bulik, T., & Belczyński, K. 2007, *Advances in Space Research*, 39, 285
- Greggio, L. & Cappellaro, E. 2009, in *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1111, *American Institute of Physics Conference Series*, ed. G. Giobbi, A. Tornambe, G. Raimondo, M. Limongi, L. A. Antonelli, N. Menci, & E. Brocato, 477–484
- Greif, T. H., Springel, V., White, S. D. M., i in. 2011, *ApJ*, 737, 75
- Grishchuk, L. P. 1993, *Phys. Rev. D*, 48, 3513

- Grishchuk, L. P., Lipunov, V. M., Postnov, K. A., Prokhorov, M. E., & Sathyaprakash, B. S. 2001, *Physics Uspekhi*, 44, 1
- Harry, G. M. & the LIGO Scientific Collaboration. 2010, *Classical and Quantum Gravity*, 27, 084006
- Hartle, J. B. 2003, *Gravity : an introduction to Einstein's general relativity*
- Heger, A., Baraffe, I., Fryer, C. L., & Woosley, S. E. 2001, *Nuclear Physics A*, 688, 197
- Hjorth, J. & Bloom, J. S. 2012, *The Gamma-Ray Burst - Supernova Connection*, 169–190
- Hobbs, G., Lorimer, D. R., Lyne, A. G., & Kramer, M. 2005, *MNRAS*, 360, 974
- Hopkins, A. M. & Beacom, J. F. 2006, *ApJ*, 651, 142
- Huerta, E. A. & Brown, D. A. 2013, *ArXiv e-prints*
- Janka, H.-T. 2012, *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 62, 407
- Jaranowski, P., Królak, A., & Schutz, B. F. 1998, *Phys. Rev. D*, 58, 063001
- Jinno, R., Moroi, T., & Nakayama, K. 2012, *Phys. Rev. D*, 86, 123502
- Kawamura, S. 2006, *Astronomical Herald*, 99, 490
- Kawamura, S., Ando, M., Seto, N., i in. 2011, *Classical and Quantum Gravity*, 28, 094011
- Kiel, P. D., Hurley, J. R., & Bailes, M. 2010, *MNRAS*, 406, 656
- Kleidis, K. 2009, *Journal of Physics Conference Series*, 189, 012021
- Komatsu, E., Smith, K. M., Dunkley, J., i in. 2011, *ApJS*, 192, 18
- Landry, M. 2012, in *APS April Meeting Abstracts*, B8003
- Ligo Scientific Collaboration, Abadie, J., Abbott, B. P., i in. 2011, *Nature Physics*, 7, 962

- Lindblom, L., Owen, B. J., & Morsink, S. M. 1998, *Physical Review Letters*, 80, 4843
- Lück, H. 2012, in *Twelfth Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*, 1673
- Lück, H., Affeldt, C., Degallaix, J., i in. 2010, *Journal of Physics Conference Series*, 228, 012012
- Machida, M. N., Omukai, K., Matsumoto, T., & Inutsuka, S.-i. 2008, *ApJ*, 677, 813
- Mandel, I. & O’Shaughnessy, R. 2010, *Classical and Quantum Gravity*, 27, 114007
- Marigo, P., Girardi, L., Chiosi, C., & Wood, P. R. 2001, *A&A*, 371, 152
- McHugh, M. P., Allen, Z., Hamilton, W. O., i in. 2002, in *The Ninth Marcel Grossmann Meeting*, ed. V. G. Gurzadyan, R. T. Jantzen, & R. Ruffini, 1904–1905
- Michelson, A. A. & Morley, E. W. 1887, *Sidereal Messenger*, vol. 6, pp.306-310, 6, 306
- Müller, B., Janka, H.-T., & Marek, A. 2013, *ApJ*, 766, 43
- Nelemans, G. & van den Heuvel, E. P. J. 2001, *A&A*, 376, 950
- Ni, W.-T. 2012, in *COSPAR Meeting, Vol. 39, 39th COSPAR Scientific Assembly. Held 14-22 July 2012, in Mysore, India. Abstract H0.5-4-12, p.1369, 1369*
- Nutzman, P., Kalogera, V., Finn, L. S., Hendrickson, C., & Belczynski, K. 2004, *ApJ*, 612, 364
- Ośłowski, S., Bulik, T., Gondek-Rosińska, D., & Belczyński, K. 2011, *MNRAS*, 413, 461
- Ott, C. D., Abdikamalov, E., Moesta, P., i in. 2012, *ArXiv e-prints*
- Peters, P. C. 1964, *Physical Review*, 136, 1224
- Peters, P. C. & Mathews, J. 1963, *Physical Review*, 131, 435
- Pfahl, E., Podsiadlowski, P., & Rappaport, S. 2005, *ApJ*, 628, 343
- Phinney, E. S. 2001, *ArXiv Astrophysics e-prints*

Planck Collaboration, Ade, P. A. R., Aghanim, N., i in. 2013, ArXiv e-prints

Postnov, K. A. & Prokhorov, M. E. 1997, A&A, 327, 428

Qadir, A. & Mufti, A. A. 1980, Nuovo Cimento Lettere, 29, 528

Regimbau, T. 2011, Research in Astronomy and Astrophysics, 11, 369

Regimbau, T. & de Freitas Pacheco, J. A. 2001, A&A, 376, 381

Regimbau, T., Dent, T., Del Pozzo, W., i in. 2012, Phys. Rev. D, 86, 122001

Reyes, L. M., Moreno, C., & Edgar Madriz Aguilar, J. 2012a, European Physical Journal Plus, 127, 142

Reyes, L. M., Moreno, C., Madriz Aguilar, J. E., & Bellini, M. 2012b, Physics Letters B, 717, 17

Rosado, P. A. 2012, Phys. Rev. D, 86, 104007

Ruiter, A. J., Belczynski, K., Benacquista, M., Larson, S. L., & Williams, G. 2010, ApJ, 717, 1006

Saigo, K., Matsumoto, T., & Umemura, M. 2004, ApJ, 615, L65

Salem, M. P., Saraswat, P., & Shaghoulain, E. 2013, J. Cosmology Astropart. Phys., 2, 19

Salpeter, E. E. 1955, ApJ, 121, 161

Sathyaprakash, B., Abernathy, M., Acernese, F., i in. 2012, Classical and Quantum Gravity, 29, 124013

Schnittman, J. D. 2004, Phys. Rev. D, 70, 124020

Seto, N., Kawamura, S., & Nakamura, T. 2001, Physical Review Letters, 87, 221103

Shoemaker, D., Schilling, R., Schnupp, L., i in. 1988, Phys. Rev. D, 38, 423

Sipior, M. S. & Sigurdsson, S. 2002, ApJ, 572, 962

- Smith, J. R. & LIGO Scientific Collaboration. 2009, *Classical and Quantum Gravity*, 26, 114013
- Somiya, K. 2012, *Classical and Quantum Gravity*, 29, 124007
- Spallicci, A. D. A. M., Aoudia, S., de Freitas Pacheco, J., Regimbau, T., & Frossati, G. 2005, *Classical and Quantum Gravity*, 22, 461
- Stacy, A., Greif, T. H., & Bromm, V. 2010, *MNRAS*, 403, 45
- Stacy, A., Pawlik, A. H., Bromm, V., & Loeb, A. 2012, *MNRAS*, 2251
- Starobinskij, A. A. 1979, *Pis ma Zhurnal Eksperimental noi i Teoreticheskoi Fiziki*, 30, 719
- Stebbins, R. T., Jennrich, O., & Consortium, e. 2013, in *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, Vol. 221, *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, 153.05
- Tan, J. C. 2008, in *IAU Symposium*, Vol. 255, *IAU Symposium*, ed. L. K. Hunt, S. Madden, & R. Schneider, 24–32
- Tang, A. & Sumner, T. J. 2012, *ArXiv e-prints*
- The LIGO Scientific Collaboration & The Virgo Collaboration. 2012, *ArXiv e-prints*
- Turk, M. J., Abel, T., & O’Shea, B. 2009, *Science*, 325, 601
- Unnikrishnan, C. S. 2013, *International Journal of Modern Physics D*, 22, 41010
- Ushomirsky, G., Cutler, C., & Bildsten, L. 2000, *MNRAS*, 319, 902
- Van Den Broeck, C. 2010, *ArXiv e-prints*
- Vilenkin, A. & Shellard, E. P. S. 2000, *Cosmic Strings and Other Topological Defects*
- Voss, R. & Tauris, T. M. 2003, *MNRAS*, 342, 1169
- Webbink, R. F. 1984, *ApJ*, 277, 355
- Weber, J. 1969, *Physical Review Letters*, 22, 1320

Weisberg, J. M. & Taylor, J. H. 2005, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 328, Binary Radio Pulsars, ed. F. A. Rasio & I. H. Stairs, 25–+

Willke, B. & LIGO Scientific Collaboration. 2007, Classical and Quantum Gravity, 24, 389

Zendri, J.-P., Baggio, L., Bignotto, M., i in. 2002, Classical and Quantum Gravity, 19, 1925

Zucker, M. E. 1992, in Marcel Grossmann Meeting on General Relativity, ed. F. Satō & T. Nakamura, 224