

Uniwersytet Warszawski  
Wydział Fizyki  
Obserwatorium Astronomiczne

*Izabela Kowalska*

*Nr albumu: 215871*

# Tłó fal grawitacyjnych od układów podwójnych gwiazd populacji III.

*Praca magisterska  
na kierunku Astronomia  
w zakresie astrofizyki teoretycznej*

Praca wykonana pod kierunkiem  
**dra hab. Tomasza Bulika, prof. UW**  
(Obserwatorium Astronomiczne UW)

Warszawa, czerwiec 2008

## Oświadczenie kierującego pracą

Potwierdzam, że niniejsza praca została przygotowana pod moim kierunkiem i kwalifikuje się do przedstawienia jej w postępowaniu o nadanie tytułu zawodowego.

Data:

Podpis kierującego pracą:

## Oświadczenie autora pracy

Świadom odpowiedzialności prawnej oświadczam, że niniejsza praca dyplomowa została napisana przeze mnie samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami.

Oświadczam również, że przedstawiona praca nie była wcześniej przedmiotem procedur związanych z uzyskaniem tytułu zawodowego w wyższej uczelni.

Oświadczam ponadto, że niniejsza wersja pracy jest identyczna z załączoną wersją elektroniczną.

Data:

Podpis autora pracy:

## **Streszczenie**

Najsilniejszymi potencjalnymi źródłami promieniowania grawitacyjnego są układy podwójne masywnych, zwartych obiektów. Najlepiej do tej charakterystyki pasują układy podwójne czarnych dziur powstałe z pierwszych gwiazd. Jeśli takie układy istniały to będzie to jedyny sposób na ich bezpośrednią detekcję. Omawiamy podstawowe własności fal grawitacyjnych, techniki obserwacyjne oraz źródła szumu. Kodem StarTrac odtwarzamy ścieżki ewolucyjne gwiazd o zadanych parametrach wejściowych. Omawiamy procesy mające wpływ na własności obiektów będących pozostałością po pierwszych gwiazdach. Pokazujemy jak powinien wyglądać sygnał pochodzący od rozważanej klasy obiektów. Znajduje się on w pobliżu zakresu, który będzie dostępny dla detektora LISA. Rozważamy na ile otrzymane wyniki są zależne od parametrów modelu.

## **Słowa kluczowe**

układy podwójne czarnych dziur, gwiazdy populacji III, tło fal grawitacyjnych.

## **Dziedzina pracy (kody wg programu Socrates-Erasmus)**

13.7 Astronomia i Astrofizyka.

## **Tytuł pracy w języku angielskim**

Gravitational wave background from population III binaries.



# Spis treści

|  |    |
|--|----|
| <b>1. Wstęp</b> . . . . .                                | 5  |
| <b>2. Fale grawitacyjne</b> . . . . .                    | 7  |
| 2.1. Własności. . . . .                                  | 8  |
| 2.2. Detektory. . . . .                                  | 10 |
| 2.3. Źródła tła. . . . .                                 | 12 |
| 2.4. Natężenie sygnału od układów podwójnych. . . . .    | 13 |
| <b>3. Gwiazdy Populacji III</b> . . . . .                | 17 |
| 3.1. Początkowy rozkład mas (IMF). . . . .               | 17 |
| 3.2. Rozkład przestrzenny. . . . .                       | 19 |
| 3.3. Układy podwójne. . . . .                            | 21 |
| 3.4. Ewolucja gwiazdy pojedynczej. . . . .               | 22 |
| 3.5. Procesy w układach podwójnych. . . . .              | 24 |
| <b>4. Modelowanie widma fal grawitacyjnych</b> . . . . . | 29 |
| 4.1. Procedura liczenia widma. . . . .                   | 29 |
| 4.2. Wyniki symulacji. . . . .                           | 32 |
| 4.3. Dyskusja parametrów. . . . .                        | 35 |
| <b>5. Podsumowanie.</b> . . . . .                        | 41 |



# 1. Wstęp

U progu trzeciego tysiąclecia astronomia rozwija się jak nigdy dotąd. Dynamiczny postęp technologiczny pozwala budować teleskopy, które widzą więcej i dalej. Ogromna moc obliczeniowa współczesnych komputerów pozwala na analizę gigantycznych ilości danych obserwacyjnych.

Równie szybkie postępy obserwujemy na polu astrofizyki teoretycznej. Za pomocą symulacji numerycznych jesteśmy w stanie odtworzyć cały szereg procesów fizycznych zachodzących w warunkach astrofizycznych. Potrafimy obserwować Wszechświat w bardzo szerokim zakresie widma fal elektromagnetycznych. Ostatnie dekady przyniosły przełomowe odkrycia dzięki obserwacjom wysokoenergetycznych fotonów.

Choć dalsza eksploracja nieba poprzez rejestrowanie światła będzie przynosić jeszcze wiele ciekawych wyników to warto szukać nowych "okien" na Wszechświat. Jednym z nich są fale grawitacyjne. Obserwacje w tym zakresie są czymś jakościowo innym od obserwacji fal elektromagnetycznych. Każda detekcja przyniesie nowe informacje o zjawiskach, które znamy i będzie źródłem lawiny nowych zjawisk, o których nie mamy pojęcia.

Ze względu na swoje własności fale grawitacyjne pozwalają "zajrzeć" do miejsc, które nigdy nie będą dostępne falom elektromagnetycznym. Spodziewamy się, że w sposób bezpośredni zobaczymy czarne dziury, których istnienie wnioskujemy z wpływu jaki wywierają na otoczenie. Dowiemy się czegoś więcej o zjawiskach zachodzących w supernowych, które są zasłonięte gęstym pyłem. Chcielibyśmy odkryć reliktywne promieniowanie grawitacyjne, które jest pozostałością po Wielkim Wybuchu i dzięki temu zobaczyć jaki był Wszechświat w pierwszych sekundach istnienia. Oczekiwania są bardzo duże.

Budowa pierwszej lunety zapoczątkowała fantastyczny rozwój astronomii. Podobnie będzie gdy detektory fal grawitacyjnych zaczną w pełni funkcjonować i zbierać dane.

Obserwacje fal grawitacyjnych są niezwykle trudne, ale przy stanie dzisiejszej techniki jesteśmy gotowi je wykonywać i analizować. W tej chwili dwa duże detektory (LIGO i VIRGO) osiągnęły zakładaną przez konstruktorów czułość i rozpoczęły zbieranie danych. Do analizy uzyskanych wyników niezbędne są symulacje sygnału jakiego się spodziewamy. Niniejsza praca ma na celu modelowanie sygnału od jednej z

klas źródeł fal grawitacyjnych jakimi są układy podwójne czarnych dziur powstałych w wyniku ewolucji gwiazd populacji III. Jest to ważna klasa źródeł, ponieważ spodziewamy się dużej ilości masywnych układów pochodzących od pierwszych gwiazd. Jeśli nasze zrozumienie procesów powstawania i ewolucji gwiazd populacji III jest poprawne, to Wszechświat powinien być wypełniony pozostałościami po ich burzliwej ewolucji.

Bezpośrednie obserwacje samotnych czarnych dziur lub układów złożonych tylko z tych obiektów są możliwe tylko w zakresie fal grawitacyjnych. Do tej pory rejestrujemy tylko wpływ jaki wywiera czarna dziura na otoczenie. Możemy analizować ruch układu podwójnego z gwiazdowym towarzyszem albo zjawisko soczewkowania grawitacyjnego. Pierwsza metoda pozwala na obserwacje małej grupy obiektów, zaś druga opiera się na niezwykle rzadkim zjawisku.

Analizując kształt i poziom sygnału grawitacyjnego będziemy mogli powiedzieć coś więcej o budowie czarnych dziur jak również dokonać ograniczeń na modele teoretyczne opisujące ich ewolucję.



## 2. Fale grawitacyjne

Fale grawitacyjne zawdzięczają swą nazwę teorii, która przewiduje ich istnienie. Ogólna Teoria Względności stworzona przez Einsteina opisuje grawitację w sposób ogólniejszy niż klasyczna teoria Newtona. Kwintesencją teorii Einsteina jest równanie, które łączy geometryczne własności Wszechświata z wielkościami dynamicznymi materii:

$$G^{\alpha\beta} = 8\pi T^{\alpha\beta}, \quad (2.1)$$

gdzie:

$G^{\alpha\beta}$  - tensor opisujący geometrię czasoprzestrzeni,

$T^{\alpha\beta}$  - tensor opisujący dynamiczne własności źródeł.

W ogólności takie równanie tensorowe to szesnaście równań na współrzędne. Tensory  $G^{\alpha\beta}$  i  $T^{\alpha\beta}$  są symetryczne oraz istnieją cztery tożsamości różniczkowe ze względu na dowolność układu współrzędnych. Sprawia to, że pozostaje tylko sześć niezależnych równań. Są to równania różniczkowe cząstkowe i nieliniowe. Rozwiązanie ich w przypadku ogólnym jest bardzo trudne i wymaga skomplikowanego aparatu matematycznego. Z tego powodu stosuje się różne przybliżenia, które upraszczają procedurę, ale stosują się tylko do szczególnych sytuacji fizycznych.

Jednym z uproszczeń, które można zastosować jest tzw. przybliżenie słabego pola. Znajdujemy w ten sposób rozwiązanie daleko od dużych mas, które w sposób znaczący zakłócają czasoprzestrzeń. Skoro jesteśmy daleko, to zmiany w naszej lokalnej czasoprzestrzeni są bardzo małe. Fakt ten pozwala zlinearyzować równanie (2.1). Po zastosowaniu wygodnego cechowania, którym w tym przypadku okazuje się cechowanie Lorentza, otrzymujemy następujące równanie:

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2\right) h^{\bar{\alpha}\bar{\beta}} = -16\pi T^{\alpha\beta}. \quad (2.2)$$

Prawa strona jest równa zero wszędzie poza źródłem pola grawitacyjnego. Już na pierwszy rzut oka widać, że (2.2) jest równaniem falowym.

W ten sposób poprzez czysto teoretyczne rozważania dowiedziono, że fale grawitacyjne powinny istnieć.

## 2.1. Własności.

Rozwiązanie równania (2.2) jest postaci:

$$h^{\bar{\alpha}\beta} = A^{\alpha\beta} \exp(ik_{\alpha}x^{\alpha}). \quad (2.3)$$

Opisuje to falę płaską. Ze związku dyspersyjnego wynika, że fala porusza się z prędkością światła. Jest to zaburzenie samej czasoprzestrzeni, którego skutki są bardzo subtelne. Szczegóły przejścia od równań pola do powyższego równania są opisane w wielu podręcznikach ([1], [2]), więc nie ma potrzeby ich tu przytaczać.

Fala grawitacyjna wpływa tylko na odległości między cząsteczkami posiadającymi masę. Względna zmiana odległości jest proporcjonalna do amplitudy fali, ta zaś jest wielkością niezwykle małą. Możemy zapisać zgrubne oszacowanie amplitudy:

$$h \sim \frac{R_{Sch}}{r} \left(\frac{v}{c}\right)^2, \quad (2.4)$$

gdzie:

$R_{Sch}$  - promień Schwarzschilda źródła,

$r$  - odległość do źródła,

$v$  - prędkość źródła.

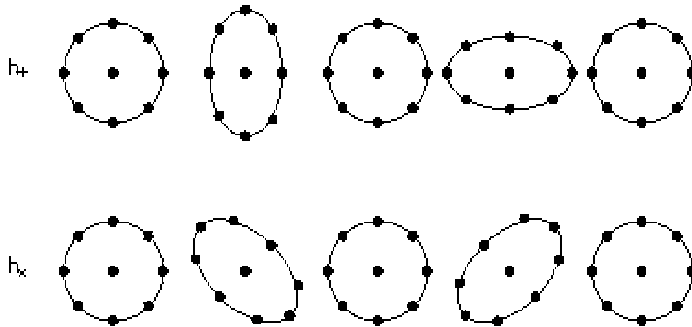
W rzeczywistości jest to bardzo optymistyczna wielkość i stanowi górne ograniczenie na amplitudę. Aby zdać sobie sprawę o jak małych wielkościach jest mowa przeanalizujemy przykład supernowej w centrum Galaktyki. Źródłem fali będzie nagle zapadająca się gwiazda neutronowa, której promień Schwarzschilda wynosi około 1.5 km, odległość do centrum Galaktyki to 8.5 kpc, prędkość zapadającej się materii to około 10% prędkości światła, a zatem amplituda fali grawitacyjnej w myśl wzoru (2.4) to:

$$h \sim \frac{1.5 \times 10^5}{2.5 \times 10^{23}} \frac{1}{100} \sim 10^{-20}. \quad (2.5)$$

Można tak wybrać układ współrzędnych, w których opisujemy falę, żeby  $A^{\alpha\beta}$  z równania (2.3) miało tylko dwie niezależne współrzędne:

$$(A_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{xx} & A_{xy} & 0 \\ 0 & A_{xy} & -A_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Odpowiada to istnieniu dwóch polaryzacji fali: "+" i "x". Ich nazwy są ściśle związane z efektem jaki wywierają na koncentrycznie rozłożone masy próbne. Przedstawia to Rysunek 2.1 ([3]):



Rysunek 2.1: Schemat efektu wywołanego spolaryzowaną falą.

Efekt widoczny powyżej jest mocno wyolbrzymiony tak, aby wogóle był widoczny. W rzeczywistości nawet bardzo silna fala zmienia pozycje cząstek w sposób niedostrzegalny ludzkim okiem. Względna zmiana odległości między masami jest rzędu amplitudy padającej fali:

$$\frac{\Delta L}{L} = h. \quad (2.7)$$

Słabe oddziaływanie fal grawitacyjnych na materię ma swoje wady, ale i zalety. Dzięki temu informacja, którą niosą dociera do nas w niezmienionej postaci. W przypadku fal elektromagnetycznych sytuacja jest dużo gorsza. Fotony napotyka ją na swej drodze ośrodki, które je pochłaniają. Dla fal grawitacyjnych ta bariera nie istnieje - praktycznie nie ma ośrodków "grubych", które mogłyby zmienić właściwości promieniowania. Obserwacje w tym zakresie mogą dostarczyć informacji o zjawiskach, które inną drogą nigdy nie zostałyby dostrzeżone.

Słabe oddziaływanie z materią oznacza też poważne trudności z detekcją. To główny powód, dla którego nie udało się jeszcze wykryć fal grawitacyjnych w sposób bezpośredni.

Istnieją pewne przesłanki obserwacyjne potwierdzające w sposób pośredni istnienie fal grawitacyjnych. W roku 1974 Russell Hulse i Joseph Taylor odkryli pulsar znajdujący się w ciasnym układzie podwójnym ([4]). Zgodnie z teorią taki układ powinien tracić moment pędu pod wpływem promieniowania grawitacyjnego. Wyniki obserwacyjne zgadzały się bardzo dobrze z przewidywaniami teoretycznymi.

## 2.2. Detektory.

W tej chwili istnieje kilka metod wykrywania fal grawitacyjnych. Wszystkie one bazują na tym, że przechodząca fala nieznacznie zmienia odległości między masami próbnymi. Efekt ten jest bardzo mały, więc technologie stworzone do detekcji muszą być zaawansowane. Są dwie podstawowe klasy detektorów - rezonansowe i interferometryczne.

Pierwszą próbę wykrycia promieniowania grawitacyjnego podjął J. Weber. Jego detektorem był aluminiowy walec. Przejście fali grawitacyjnej o częstotliwości zbliżonej do częstotliwości rezonansowej wzbudziłoby drgania własne walca. Im bliżej częstotliwości rezonansowej, tym większa wzbudzona amplituda. Fala grałaby rolę siły wymuszającej w równaniach oscylatora. Według samego Webera doszło do pozytywnej detekcji ([5]), ale nie została ona potwierdzona przez niezależnych obserwatorów.

Współczesne detektory rezonansowe są większe i lepiej izolowane od otoczenia. Anteny działające w ośrodkach naukowych na całym świecie to: Allegro ([6]), Auriga ([7]), Explorer ([8]), Nautilus ([9]). Zaletą tego typu detektorów jest ich stosunkowo niska cena, ale niewątpliwą wadą jest czułość w bardzo wąskim zakresie częstotliwości (w pobliżu częstotliwości rezonansowej materiału).

Detektory interferometryczne mierzą odległości pomiędzy masami próbnymi za pomocą laserów. Wiązki laserowe biegną w dwóch prostopadłych do siebie tunelach. Na końcach tuneli znajdują się zwierciadła odbijające wiązkę tak, aby ich faktyczna droga była wielokrotnie dłuższa od rozmiarów tuneli. Na przecięciu się ramion dochodzi do interferencji światła z obu tuneli. Nawet bardzo mała zmiana drogi optycznej światła laserowego (co odpowiada zmianie odległości między masami próbnymi po

przejściu fali grawitacyjnej) powoduje inny wzór interferometryczny. Obecnie działające detektory tego typu to: LIGO ([10], [11]), VIRGO ([12]), GEO600 ([13]), TAMA ([14]).

Wszystkie te detektory mają dwa naturalne ograniczenia, które uniemożliwiają im obserwacje w całym zakresie częstości. Granica niskich częstości związana jest z położeniem detektorów na Ziemi, która charakteryzuje się pewną aktywnością sejsmiczną oraz biosferą powodującą dodatkowe szумы. Nie możemy odizolować laboratorium od wpływu ziemskiego otoczenia. Z tego powodu planowana jest budowa detektora, który będzie działał w przestrzeni kosmicznej daleko od Ziemi. Antena LISA ([15],[16]) będzie złożona z trzech statków z masami próbnymi oddalonymi od siebie o 5 mln km. Czułość tego detektora będzie największa w zakresie mHz.

Granica wysokich częstości związana jest z tym, że światło lasera nie jest ciągle, a składa się ze skończonej liczby fotonów. Wzrost czułości w tym zakresie mogłoby spowodować zwiększenie mocy laserów. Wtedy liczba fotonów byłaby dużo większa i ich skończona ilość nie miałaby znaczenia. Takie rozwiązanie jest trudne technicznie. Implikuje bowiem konieczność użycia luster o większej wytrzymałości oraz wydajniejszego chłodzenia.

Wyżej opisane typy detektorów mają możliwość bezpośredniego zaobserwowania przejścia fali grawitacyjnej. Należy podkreślić, że wielkością mierzoną będzie amplituda fali, która jest proporcjonalna do odwrotności odległości do źródła. W przypadku fal elektromagnetycznych mierzona jest energia, a więc kwadrat amplitudy. W konsekwencji nieznaczne poprawienie czułości anten grawitacyjnych wpływa na znaczący wzrost ich zasięgu.

Poza konwencjonalnymi metodami detekcji istnieją też metody pośrednie. Należy do nich tzw. chronometraż pulsarów. Obserwatoria radiowe na całym świecie śledzą próbki równomiernie rozłożonych pulsarów. Gdyby przeszła fala grawitacyjna odległości między pulsarami i Ziemią nieznacznie zmieniłyby się, co zostałoby wykryte poprzez opóźnienie sygnałów radiowych. Ze względu na równomierne rozmieszczenie pulsarów możliwe będzie uśrednienie efektu. To co pozostanie w danych to ruch Ziemi wywołany przejściem fali grawitacyjnej. Projekty PTA i PPTA ([17], [18]) są czułe na bardzo niskie zakresy częstości. Planowane jest włączenie do współpracy większej liczby radioteleskopów, co poprawi czułość tej metody. W fazie przygotowań jest też projekt SKA ([19],[20]), który będzie składał się z wielu radioteleskopów rozłożonych

na powierzchni kilometra kwadratowego. Każda z małych anten będzie śledziła to samo miejsce na niebie, co da większą zdolność rozdzielczą całego kompleksu.

## 2.3. Źródła tła.

Przyszłe obserwacje obiektów w falach grawitacyjnych będą zakłócane przez szumy różnego pochodzenia. Głównym czynnikiem ograniczającym będzie szum samego detektora. Poza tym na niebie jest bardzo dużo obiektów astrofizycznych, które powinny produkować tło fal grawitacyjnych. Ważne jest opisanie wszystkich potencjalnych źródeł takiego tła.

Najpotężniejszymi źródłami fal grawitacyjnych są układy podwójne obiektów zwartych, koalescencje obiektów zwartych, wybuchy supernowych.

Aby poprawnie zinterpretować wyniki przyszłych obserwacji musimy wiedzieć czego się spodziewać. Przewidzenie poziomu sygnału od poszczególnych klas źródeł pomaga projektować nowe detektory, które będą dostosowane do konkretnych celów.

Częstość masy próbnej na orbicie marginalnie stabilnej możemy ocenić jako:

$$f \sim \frac{2.2\text{kHz}}{M/M_{\odot}}. \quad (2.8)$$

Dla typowego układu podwójnego dwukrotność tej wielkości będzie oceną maksymalnej częstości, w której może promieniować grawitacyjnie. Gdy układ jest daleko od złania, poprzez promieniowanie grawitacyjne tracony jest moment pędu, co powoduje dalsze zacieśnianie orbity.

Niskie częstości, które dostępne będą dla detektora kosmicznego LISA, będą zdominowane przez sygnał układów podwójnych obiektów zwartych dysku Galaktyki. Wśród tych obiektów największy wkład dają układy zawierające białe karły ([21]). Prawdopodobnie to one stanowią będą główny składnik szumu detektora LISA. W zakresie niskich częstości spodziewamy się też sygnału od obiektów pozagalaktycznych. Układy podwójne złożone z gwiazd ciągu głównego dają wkład do tła w zakresie  $\mu\text{Hz}$ , zaś układy podwójne białych karłów w zakresie  $\text{mHz}$  ([22]). Dodatkowy składnik powinien pochodzić od koalescencji super masywnych czarnych dziur o masach rzędu  $10^6 - 10^8 M_{\odot}$  ([23], [24]).

Dla wysokich częstości powyżej 10 Hz spodziewany jest sygnał od zlewających się układów podwójnych obiektów zwartych (czarna dziura - czarna dziura, gwiazda neutronowa - gwiazda neutronowa) oraz kolapsów masywnych gwiazd, które wybuchną jako supernowe typu II.

## 2.4. Natężenie sygnału od układów podwójnych.

Z punktu widzenia dalszych rozważań najistotniejsze jest tło pochodzące od układów podwójnych masywnych czarnych dziur.

Jasność kołowego układu podwójnego, który świeci kosztem swojej energii orbitalnej wyraża się wzorem:

$$\frac{dE_{gw}}{dt} = \frac{32}{5} \frac{G^4 M^3 \mu^2}{c^5 a^5}, \quad (2.9)$$

gdzie  $M = M_1 + M_2$  jest sumą mas składników, a  $\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$  jest masą zredukowaną układu.

Częstość fali grawitacyjnej jest dwa razy większa od częstości orbitalnej układu, a zatem w sposób bardzo prosty łączy się z okresem orbitalnym:  $f = \frac{2}{P}$ .

Dalej korzystamy z III prawa Keplera:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}, \quad (2.10)$$

oraz wyrażenia na energię całkowitą układu związanego:

$$E = -\frac{1}{2} \frac{G\mu M}{a}. \quad (2.11)$$

Logarytmując i różniczkując zależności (2.10) i (2.11) dostajemy wyrażenie na zmianę częstości fali grawitacyjnej w czasie.

$$\frac{1}{f_r} \frac{df_r}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{1}{a} \frac{da}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{1}{E} \frac{dE}{dt}. \quad (2.12)$$

Wstawiając do powyższego równania wzór (2.9) otrzymujemy następującą postać:

$$\frac{1}{f_r} \frac{df_r}{dt} = \frac{96}{5} \frac{G^3 M^2 \mu}{c^5 a^4}. \quad (2.13)$$

Aby otrzymać widmo, czyli zależność energii od częstości dokonujemy zamiany zmiennych, co w praktyce oznacza podzielenie (2.9) przez (2.13). Następnie eliminujemy zależność od separacji układu wykorzystując III prawo Keplera. Nasz wzór wygląda następująco:

$$\frac{dE_{gw}}{df_r} = \frac{\pi}{3} \frac{1}{G} \frac{(GM)^{5/3}}{(\pi f_r)^{1/3}}. \quad (2.14)$$

Wielkość  $\mathcal{M} = \mu^{3/5} M^{2/5}$  nazywana jest "masą chirp". Okazuje się, że równania opisujące promieniowanie grawitacyjne zależą tylko od takiej kombinacji mas składników układu, a nie od poszczególnych mas.

Możemy zdefiniować dzisiejszą gęstość energii fal grawitacyjnych przypadającą na logarytm częstości. Wielkość tą dzielimy przez energię odpowiadającą gęstości krytycznej Wszechświata i oznaczamy jako  $\Omega_{gw}(f)$ . Wtedy całkowitą dzisiejszą gęstość energii możemy zapisać w następujący sposób ([25]):

$$\mathcal{E}_{gw} = \int_0^\infty \rho_c c^2 \Omega_{gw}(f) \frac{df}{f} = \int_0^\infty \frac{\pi c^2}{4G} f^2 h_c^2(f) \frac{df}{f}. \quad (2.15)$$

Z drugiej strony dzisiejsza gęstość energii zdeponowana w falach grawitacyjnych powinna być sumą energii wyświecanych przez obiekty dla poszczególnych przesunięć ku czerwieni. Uwzględniamy przy tym fakt, że w wyniku ekspansji Wszechświata obserwowana częstość jest inna od wyemitowanej i równa  $f_r = f(1+z)$ :

$$\mathcal{E}_{gw} = \int_0^\infty \int_0^\infty N(z) \frac{1}{1+z} f_r \frac{dE_{gw}}{df_r} dz \frac{df}{f}. \quad (2.16)$$

$N(z)$  jest tu liczbą źródeł znajdujących się w odległości  $z$  przedziału  $(z, z+1)$ . Porównując zależności (2.15) i (2.16) otrzymujemy następujące równanie, które jest punktem wyjścia do dalszych rozważań.

$$\rho_c c^2 \Omega_{gw}(f) = \frac{\pi c^2}{4G} f^2 h_c^2(f) = \int_0^\infty N(z) \frac{1}{1+z} \left( f_r \frac{dE_{gw}}{df_r} \right) \Bigg|_{f_r=f(1+z)} dz. \quad (2.17)$$



Po wstawieniu do (2.17) wzoru (2.14) dostaniemy zestaw wzorów opisujących tło fal grawitacyjnych pochodzące od układów podwójnych:

$$h_c^2(f) = \frac{4}{3\pi^{1/3}} \frac{1}{c^2} \frac{(GM)^{5/3}}{f^{4/3}} N_0 \langle (1+z)^{-1/3} \rangle, \quad (2.18)$$

$$\Omega_{gw}(f) = \frac{8\pi^{5/3}}{9} \frac{(GM)^{5/3}}{c^2 H_0^2} f^{2/3} N_0 \langle (1+z)^{-1/3} \rangle, \quad (2.19)$$

$$S(f) = \frac{h_c^2(f)}{f} = \frac{4}{3\pi^{1/3}} \frac{1}{c^2} \frac{(GM)^{5/3}}{f^{7/3}} N_0 \langle (1+z)^{-1/3} \rangle. \quad (2.20)$$

Poniższa postać tych wzorów jest przeskalowana tak, aby pokazać jakich wielkości się spodziewamy. Potwierdza się nasze wcześniejsze spostrzeżenie dotyczące rzędu wielkości amplitudy i energii. Są to parametry niezwykle małe.

$$h_c(f) = 3.0 \times 10^{-24} \left( \frac{\mathcal{M}}{M_\odot} \right)^{5/6} \left( \frac{f}{10^{-3}\text{Hz}} \right)^{-2/3} \left( \frac{N_0}{\text{Mpc}^{-3}} \right)^{1/2} \left( \frac{\langle (1+z)^{-1/3} \rangle}{0.74} \right)^{1/2} \quad (2.21)$$

$$\Omega_{gw}(f) = 1.3 \times 10^{-17} \left( \frac{\mathcal{M}}{M_\odot} \right)^{5/3} \left( \frac{f}{10^{-3}\text{Hz}} \right)^{2/3} \left( \frac{N_0}{\text{Mpc}^{-3}} \right) \left( \frac{\langle (1+z)^{-1/3} \rangle}{0.74} \right) \quad (2.22)$$

$$S^{1/2}(f) = 1.0 \times 10^{-22} \left( \frac{\mathcal{M}}{M_\odot} \right)^{5/6} \left( \frac{f}{10^{-3}\text{Hz}} \right)^{-7/6} \left( \frac{N_0}{\text{Mpc}^{-3}} \right)^{1/2} \left( \frac{\langle (1+z)^{-1/3} \rangle}{0.74} \right)^{1/2} \quad (2.23)$$

Wykorzystano tu następującą definicję średniego przesunięcia ku czerwieni:

$$\langle (1+z)^{-1/3} \rangle = \frac{1}{N_0} \int_{z_{min}}^{z_{max}} \frac{N(z)}{(1+z)^{1/3}} dz. \quad (2.24)$$

$N_0$  jest liczbą wszystkich źródeł dających wkład do widma w danej częstotliwości. Dokładne rachunki prowadzące do tego wyniku zostały zaprezentowane przez E. S. Phinney'a w roku 2001 ([25]).



### 3. Gwiazdy Populacji III

Gwiazdy populacji III były pierwszymi obiektami gwiazdowymi w młodym Wszechświecie. Powstały z pierwotnej materii wodorowo-helowej, która była jedynym dostępnym budulcem po Wielkim Wybuchu. Brak pierwiastków cięższych w ich składzie chemicznym prowadzi do istotnych różnic w procesie formowania się gwiazd jak i ich dalszej ewolucji. Ponadto środowisko, w którym się znajdowały było zupełnie inne od tego, które obserwujemy w dzisiejszym Wszechświecie. Chmury gazu, z których powstały pierwsze gwiazdy mogły być znacznie większe i cięższe ([26]). Masa Jeansa odpowiedzialna za rozmiary zapadających się grawitacyjnie fragmentów chmur gazowych zależy od panującej temperatury. Ta zaś była znacząco wyższa we wczesnym Wszechświecie. Minimalna temperatura gazu była równa temperaturze mikrofalowego promieniowania tła, która rośnie z przesunięciem ku czerwieni:  $T = 2.73(1+z)$ . Gaz był podgrzewany przez dużą liczbę młodych gwiazd i wybuchające supernowe. Chłodzenie zaś było dużo mniej efektywne ze względu na bardzo małą metaliczność ośrodka. Wszystko to sprawiło, że gwiazdy populacji III mogły rodzić się z bardzo dużymi masami.

Mała metaliczność oznacza też słabe wiatry gwiazdowe lub ich całkowity brak ([27]), a co za tym idzie mniejszą utratę masy podczas ewolucji. To oznacza, że pierwsze gwiazdy utrzymywały swoją dużą masę aż do końca życia. Dzięki temu mogły tworzyć masywne czarne dziury.

Ewolucję gwiazdową determinują przede wszystkim metaliczność i masa początkowa obiektu. O ile w przypadku gwiazd populacji III ten pierwszy parametr jest dobrze znany i równy zero, o tyle masy początkowe wciąż stanowią przedmiot dyskusji i nie zgody co do ich wartości. Należy się zatem zastanowić nad początkową funkcją mas gwiazd populacji III.

#### 3.1. Początkowy rozkład mas (IMF).

W okolicy Słońca IMF była badana przez wielu autorów. Najpopularniejszymi modelami są te oparte na pomysłe Salpetera ([28]). Orginalne prace tego autora z 1955 roku wskazywały na potęgowy rozkład masy. W tej chwili stosuje się tzw. "złamane" prawo potęgowe. Małomasywny koniec zakresu jest w przybliżeniu płaski, podczas

gdy dalej mamy potęgowy rozkład o takim samym nachyleniu jakie postulował Salpeter. Masa, przy której następuje to złamanie rozkładu jest pewnym parametrem i będzie dalej nazywana masą charakterystyczną.

Obserwacje gwiazd w naszej Galaktyce sugerują, że IMF ewoluowała w czasie ([26]). Wiemy, że kiedyś funkcja mas była zdominowana przez bardzo masywne obiekty. Postulowana postać początkowej funkcji mas pierwszych gwiazd była bimodalna. Jedno jej maksimum przypada na  $100 M_{\odot}$  i to bardzo dobrze daje się zrozumieć. Ale drugie maksimum jest przy  $1 M_{\odot}$ , co sprawiało nieco problemów. Rozwiązanie zaproponowane przez Johnsona ([29]) polega na potraktowaniu tych małowasywnych gwiazd jako populację pośrednią między II i III. Wtedy rozważania dotyczące populacji III mogą opierać się na funkcji mas zdominowanej przez bardzo masywne obiekty. Otwartą kwestią pozostaje sposób w jaki IMF zmieniała się w ciągu historii Wszechświata. W literaturze istnieje kilka podejść do tego problemu. Najpopularniejszymi są:

- zmiana nachylenia rozkładu,
- bimodalny charakter rozkładu z niezależnie zmieniającymi się składowymi,
- zmiana masy charakterystycznej.

Maksymalna masa gwiazd populacji III jest trochę umowna. Szacuje się, że obłoki protogwiazdowe mogły mieć masę rzędu 500 - 1 000  $M_{\odot}$ . Minimalna masa przyjmuje wartość od 10 do 100  $M_{\odot}$  w zależności od wybranego modelu.

W dalszych rozważaniach dla gwiazd pojedynczych zakładamy wykładniczą postać początkowej funkcji mas:

$$\frac{dN}{dM} = KM^{-\alpha}, \quad K^{-1} = \int_{M_{min}}^{M_{max}} dM M^{-\alpha}, \quad (3.1)$$

gdzie:

$$\alpha = 2.35,$$

$$M_{min} = 10M_{\odot},$$

$$M_{max} = 500M_{\odot}.$$

Dla gwiazd w układzie podwójnym procedura nieco się komplikuje. Masa większej gwiazdy podlega rozkładowi gwiazd pojedynczych. Masa mniejszej gwiazdy jest zeterminowana przez wartość stosunku mas  $q$ , który przyjmuje wartości z przedziału  $(0,1)$ . Rozkład  $q$  jest płaski:

$$\frac{dN}{dq} = const., \quad q = \frac{M_1}{M_2} \quad (3.2)$$

## 3.2. Rozkład przestrzenny.

Pierwsze gwiazdy powstawały w jednorodnym, gorącym Wszechświecie w miejscach, gdzie materia miała nieco większą gęstość. A zatem przestrzenny rozkład gwiazd populacji III powinien również być jednorodny. Najbardziej interesujący jest jednak ilościowy rozkład. Możemy oszacować jaka była koncentracja przestrzenna tych gwiazd, czyli ile ich było w danej objętości.

Gęstość krytyczna Wszechświata to:

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}. \quad (3.3)$$

Gęstość materii barionowej stanowi 0.04 gęstości krytycznej. Obliczono, że gwiazdy populacji III zawierały w sobie około  $10^{-3}$  materii barionowej. Wynika z tego, że gęstość materii wchodzącej w skład wszystkich gwiazd populacji III to:

$$\rho_{pop3} = 4 \times 10^{-5} \times \frac{3H_0^2}{8\pi G}. \quad (3.4)$$

Aby oszacować liczbę gwiazd w danej objętości należy podzielić  $\rho_{pop3}$  przez średnią masę gwiazdy.

Średnia masa gwiazd populacji III będzie zależała zarówno od średniej masy gwiazdy pojedynczej jak i od średniej masy gwiazdy znajdującej się w układzie podwójnym. Dodatkowo należy założyć jak dużo gwiazd znajduje się w układach podwójnych. Wielkość, która określa stosunek układów podwójnych do sumy układów podwójnych i gwiazd pojedynczych nazwiemy ułamkiem binarnym i przyjmijemy  $f_b = \frac{N_{bin}}{N_{bin} + N_{sing}} = 0.1$ . Oznacza to, że w układach podwójnych znajdują się 2 gwiazdy

na 11. Jest to bardzo ostrożne założenie - ułamek binarny dla populacji, które w tej chwili obserwujemy to  $\frac{1}{2}$ . W obliczeniach wygodniejszy jest współczynnik  $f_{bin} = \frac{2}{11}$ . Wtedy średnią masę gwiazdy populacji III możemy zapisać w następujący sposób:

$$\langle M \rangle = (1 - f_{bin}) \langle M \rangle_{sing} + f_{bin} \langle M \rangle_{bin}. \quad (3.5)$$

Średnią masę gwiazdy pojedynczej obliczamy w prosty sposób uwzględniając IMF z równania (3.1):

$$\langle M \rangle_{sing} = \int_{M_{min}}^{M_{max}} dM K M^{-\alpha+1} = \frac{(1 - \alpha) (M_{max}^{2-\alpha} - M_{min}^{2-\alpha})}{(2 - \alpha) (M_{max}^{1-\alpha} - M_{min}^{1-\alpha})}. \quad (3.6)$$

Średnia masa gwiazdy, która znajduje się w układzie podwójnym jest średnią arytmetyczną średnich mas obu składników:

$$\langle M \rangle_{bin} = \frac{\langle M_1 \rangle + \langle M_2 \rangle}{2}. \quad (3.7)$$

Średnia masa pierwszego składnika, który zawsze będzie masywniejszy, jest taka sama jak dla gwiazdy pojedynczej i wyraża się wzorem (3.6). Masa drugiego składnika jest zdefiniowana przez stosunek mas, którego rozkład znamy z równania (3.2). Poprzez zamianę zmiennych możemy zapisać rozkład masy drugiego składnika dla ustalonej masy pierwszego:

$$\frac{dN}{dM_2} = \frac{1}{M_1 - M_{min}}. \quad (3.8)$$

Aby otrzymać średnią masę drugiego składnika należy uśrednić zarówno po rozkładzie pierwszego jak i drugiego składnika:

$$\langle M_2 \rangle = \int_{M_{min}}^{M_{max}} dM_1 \frac{dN}{dM_1} \int_{M_{min}}^{M_1} dM_2 M_2 \frac{dN}{dM_2} = \frac{\langle M_1 \rangle + M_{min}}{2}. \quad (3.9)$$

Znając średnie masy gwiazd pojedynczych oraz tych znajdujących się w układach podwójnych możemy zapisać ostateczny wzór na średnią masę gwiazdy populacji III:

$$\langle M \rangle = \left(1 - \frac{f_{bin}}{4}\right) \left(\frac{1 - \alpha}{2 - \alpha}\right) \left(\frac{M_{max}^{2-\alpha} - M_{min}^{2-\alpha}}{M_{max}^{1-\alpha} - M_{min}^{1-\alpha}}\right) + \frac{f_{bin} M_{min}}{4}. \quad (3.10)$$

W ten sposób jesteśmy w stanie ocenić ile interesujących nas gwiazd jest w danej objętości. Jest to koncentracja przestrzenna gwiazd populacji III, która w dalszej części odgrywa bardzo ważną rolę. Wyraża się ona wzorem:

$$n_{pop3} = \frac{\rho_{pop3}}{\langle M \rangle} = \frac{4 \times 10^{-5} \times \frac{3H_0^2}{8\pi G}}{\left(1 - \frac{f_{bin}}{4}\right) \left(\frac{1 - \alpha}{2 - \alpha}\right) \left(\frac{M_{max}^{2-\alpha} - M_{min}^{2-\alpha}}{M_{max}^{1-\alpha} - M_{min}^{1-\alpha}}\right) + \frac{f_{bin} M_{min}}{4}}. \quad (3.11)$$

Parametr  $n_{pop3}$  otrzymaliśmy zakładając postać początkowej funkcji mas dla gwiazd pojedynczych i tych znajdujących się w układach podwójnych. Musieliśmy też przyjąć zakres mas naszych gwiazd. Na pierwszy rzut oka wydaje się, że przy innych założeniach koncentracja powinna wyjść różna od tej otrzymanej za pomocą wzoru (3.11). Liczba gwiazd nie może jednak zależeć od przyjętego modelu, gdyż jest to wielkość fizyczna. Zatem obliczenie  $n_{pop3}$  przy różnych założeniach początkowych może pomóc w weryfikacji użytego modelu.

### 3.3. Układy podwójne.

W kontekście promieniowania fal grawitacyjnych najbardziej interesujące wydają się układy podwójne. Pojedyncze gwiazdy w ciągu swojego życia rzadko są na tyle niesymetryczne aby być efektywnymi źródłami fal grawitacyjnych. Wyjątek stanowią wybuchy supernowych, które mogą być spektakularnym końcem życia gwiazdy, ale są to zjawiska jednorazowe.

Obserwacje dzisiejszego Wszechświata wskazują na ogromną powszechność układów wielokrotnych gwiazd. Ponad połowa gwiazd ciągu głównego posiada co najmniej jednego towarzysza. Najczęściej są to układy podwójne, które powstały z jednej chmury materii. Wiemy, że obecnie występujące gwiazdy bardzo chętnie rodzą się w skupiskach. Nie wiemy natomiast czy tak samo było w przypadku gwiazd populacji III. W środowisku naukowym wciąż trwają dyskusje na ten temat.

Z symulacji hydrodynamicznych wynika ([30]), że powstanie układu podwójnego z pierwotnego gazu jest możliwe. Warunek, który musi być spełniony to mały parametr

rotacji będący stosunkiem siły odśrodkowej do siły ciśnienia. Najnowsze symulacje uwzględniające wpływ pola magnetycznego ([31]) zdają się potwierdzać możliwość istnienia układów podwójnych wśród gwiazd populacji III.

Bez względu na dyskusję, która wciąż się toczy, możemy zastanowić się nad tym jakie byłyby konsekwencje istnienia układów podwójnych pierwszych gwiazd. Jedną z nich byłyby supernowe typu Ia, które mogły odegrać pewną rolę w termicznej historii Wszechświata. My jednak zajmiemy się inną naturalną konsekwencją, jaką byłaby obecność wielu masywnych układów podwójnych czarnych dziur będących produktem końcowym ewolucji. Takie układy byłyby silnymi źródłami fal grawitacyjnych. Jeśli wykrylibyśmy sygnał pochodzący właśnie od tego typu układów były to argument za istnieniem w przeszłości układów podwójnych gwiazd populacji III. Poza ciągłym sygnałem wysyłanym w czasie ewolucji takich układów powinniśmy obserwować też efekty koalescencji ([32], [33]).

### 3.4. Ewolucja gwiazdy pojedynczej.

W astronomii pod pojęciem ewolucji gwiazdy rozumiemy jej cykl życiowy. Różnorodne procesy fizyczne zachodzące w jej wnętrzu powodują zmianę promienia i struktury wewnętrznej. Jedynym sposobem na odtworzenie całego życia gwiazdy o zadanych parametrach początkowych jest modelowanie numeryczne. Powstało wiele kodów, które odtwarzają ścieżki ewolucyjne gwiazd. Weryfikacja i kalibracja modeli następuje gdy wyniki konfrontujemy z obserwowanymi gwiazdami. Dla gwiazd populacji I i II taka procedura daje bardzo dobre rezultaty i możemy powiedzieć, że wiemy całkiem sporo o tym jak gwiazdy się rodzą, jak ewoluują i wreszcie jak umierają.

Zupełnie inaczej wygląda sytuacja gwiazd populacji III, których nie obserwujemy. Nie wiemy czy modele, które sprawdziły się dla znanych nam gwiazd będą dobre dla tych o zerowej metaliczności.

Po odtworzeniu ścieżki ewolucyjnej gwiazdy populacji III o masie  $10M_{\odot}$  oraz gwiazdy populacji I o tej samej masie okazało się, że ta pierwsza jest jaśniejsza i ewoluuje szybciej ([34]). A zatem nie tylko duże masy pierwszych gwiazd wpływały na ich niezwykle szybką ewolucję, ale też ekstremalnie mała metaliczność. Poniższa tabela pochodząca z pracy Lawlora ([34]) prezentuje charakterystyczne skale czasowe gwiazdy populacji I oraz dwóch gwiazd populacji III.



| M [ $M_{\odot}$ ] | $\tau_{MS}$ [ $10^7 lat$ ] | $\tau_{HeCB}$ [ $10^6 lat$ ] | $\tau_{CCB}$ [ $10^4 lat$ ] |
|-------------------|----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 10.0              | 2.08                       | 3.87                         | 1.27                        |
| 10.0              | 1.75                       | 2.03                         | 3.30                        |
| 16.5              | 0.96                       | 0.83                         | 0.82                        |

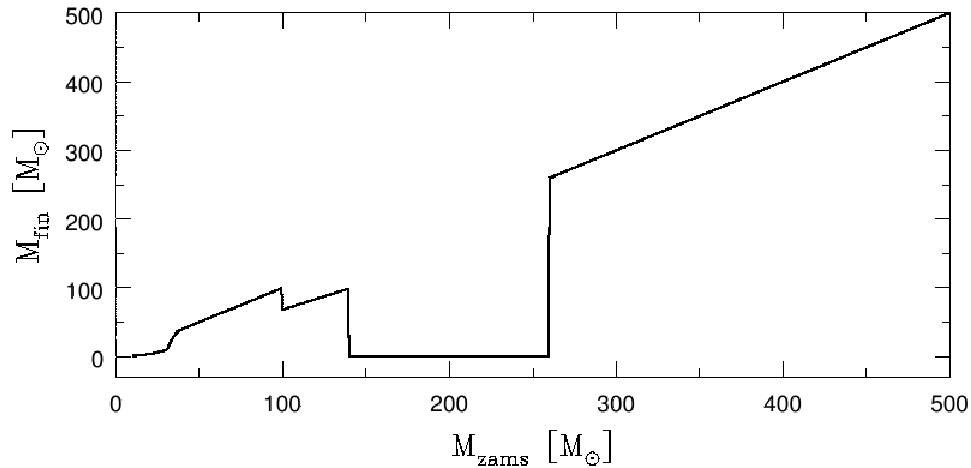
Parametry  $\tau_{MS}$ ,  $\tau_{HeCB}$  oraz  $\tau_{CCB}$  oznaczają czas jaki gwiazda spędza w określonej fazie swojej ewolucji paląc w jądrze odpowiednio wodór, hel i węgiel.

Same fazy ewolucji pierwszych gwiazd były bardzo podobne do tego, co obserwujemy dzisiaj. W jądrze paliły początkowo wodór, potem cięższe pierwiastki. Mała metaliczność powodowała bardzo małą utratę masy przez wiatry i różnego rodzaju pulsacje. Można przyjąć, że gwiazdy poniżej  $500 M_{\odot}$  traciły mniej niż 5% swojej masy ([35]). Jest to bardzo ważny argument za tym, że we wczesnym Wszechświecie powstawały w dużych ilościach masywne czarne dziury.

Masa obiektu, który powstanie w wyniku ewolucji silnie zależy od masy początkowej gwiazdy. Możemy podzielić początkową próbkę gwiazd na pięć przedziałów, które zasadniczo różnią się szczegółami ewolucji jak i produktami końcowymi:

- $M_{ZAMS} < 40M_{\odot}$  - ewolucja bardzo przypomina tą, której podlegają gwiazdy w dzisiejszym Wszechświecie. Gwiazdy w tym przedziale masowym wybuchają jako supernowe odrzucając część swojej otoczki i pozostawiając po sobie gwiazdę neutronową bądź czarną dziurę ([36]).
- $40M_{\odot} < M_{ZAMS} < 100M_{\odot}$  - wybuch supernowej, który kończy życie tych gwiazd jest słaby. Materia, która została odrzucona opada znowu na zapadającą się jądro. Pozostałością jest masywna czarna dziura ([36]).
- $100M_{\odot} < M_{ZAMS} < 140M_{\odot}$  - temperatura w jądrze jest na tyle wysoka, że produkcja par elektron - pozyton zaczyna odrywać pewną rolę. Dochodzi do powstania pulsacji spowodowanych niestabilnością par. Poprzez te pulsacje gwiazda traci część swojej masy ([37]).
- $140M_{\odot} < M_{ZAMS} < 260M_{\odot}$  - niestabilność par jest tak duża, że zmniejsza ciśnienie panujące w jądrze, które gwałtownie zapada się i prowadzi do szczególnego rodzaju supernowej. Po takim wybuchu cała gwiazda ulega zniszczeniu ([38]).

- $M_{ZAMS} > 260M_{\odot}$  - gwiazda jest już tak masywna, że zapada się bezpośrednio do czarnej dziury bez wybuchu supernowej ([38]).



Rysunek 3.1: Zależność masy pozostałości od masy początkowej gwiazdy.

Rysunek 3.1 przedstawiony przez Krzysztofa Belczyńskiego w 2006 roku ([39]) prezentuje masę pozostałości w zależności od masy początkowej gwiazdy. Przyjęto, że obiekty o masach poniżej  $3M_{\odot}$  to gwiazdy neutronowe, a obiekty o masach większych od tej wartości to czarne dziury. Wynika z tego, że do stworzenia czarnej dziury potrzebna jest gwiazda o masie  $M_{ZAMS} = 19M_{\odot}$ . Pośród gwiazd populacji III jest to masa stosunkowo mała dlatego spodziewamy się, że większość pozostałości po pierwszych gwiazdach stanowią czarne dziury.

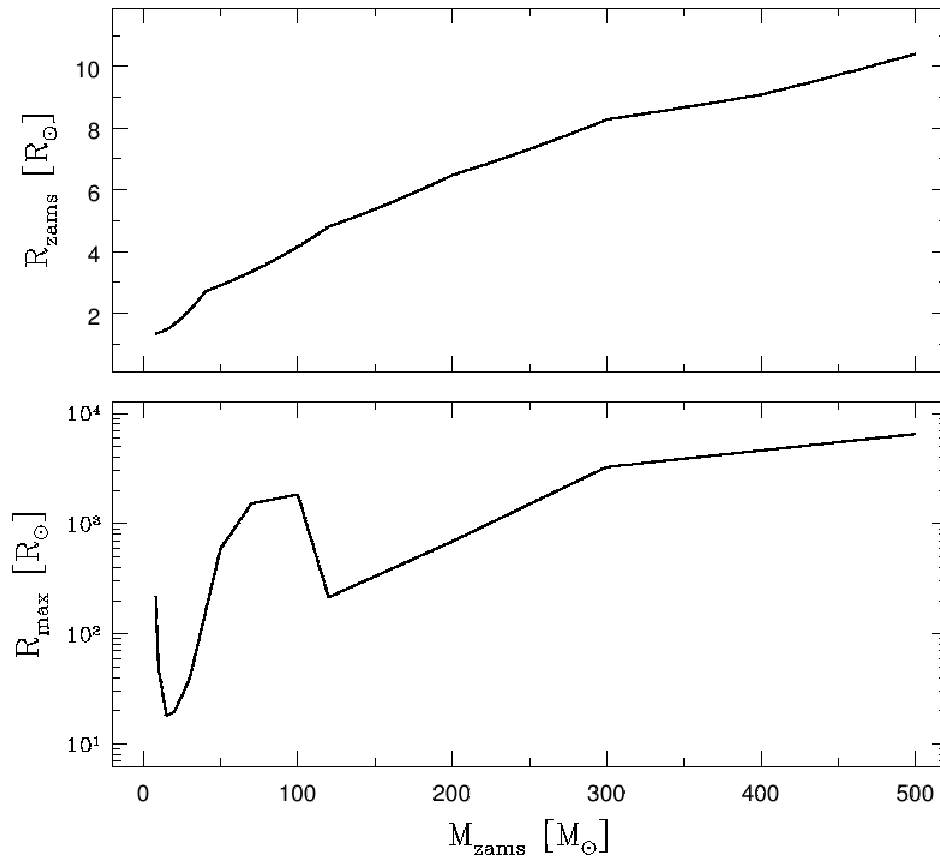
### 3.5. Procesy w układach podwójnych.

Ewolucja gwiazd w układzie podwójnym jest bardziej skomplikowana niż tych pojedynczych. Do efektów związanych ze zmianą struktury samej gwiazdy dochodzą jeszcze te związane z oddziaływaniem towarzysza. Przy odpowiednich warunkach moż-

liwa jest wymiana masy pomiędzy składnikami, co zmienia ich masę całkowitą, skład chemiczny i parametry orbity.

Z punktu widzenia dalszych rozważań najważniejsza jest zależność masy końcowej obiektu od masy na zerowym ciągu głównym (ZAMS) oraz ewolucja promienia gwiazdy. Pierwsza kwestia była już szeroko dyskutowana w poprzednim paragrafie. Transfer masy z towarzysza nieznacznie zmienia masę końcową, a zatem wnioski wyciągnięte dla gwiazdy pojedynczej pozostają aktualne.

Maksymalny rozmiar gwiazdy decyduje o tym czy ma ona szansę wypełnić swoją powierzchnię Roche'a, a tym samym czy dojdzie do transferu masy. Promień w poszczególnych etapach ewolucji jest ważny do określenia kiedy i w jakich warunkach do takiego transferu może dojść.



Rysunek 3.2: Zależność masa promień oraz zależność maksymalnych rozmiarów gwiazdy od masy początkowej.

Po wykonaniu symulacji okazuje się, że promień gwiazdy populacji III po fazie ciągu głównego wzrasta o czynnik 2-3, zaś pod koniec ewolucji jest już większy od początkowego o kilka rzędów wielkości, co widać na Rysunku 3.2 ([39]). A zatem ewolucja gwiazdy prowadzi do znaczącego wzrostu promienia. Jeśli jest on porównywalny z promieniem sfery Roche'a materia może przepływać na towarzysza. Transfer masy może nastąpić w różnych fazach życia gwiazdy, co wpływa na przebieg tego procesu:

- Przypadek A - donor pali wodór w jądrze.
- Przypadek B - donor pali wodór w otoczce, jądro jest helowe.
- Przypadek C - donor pali hel w jądrze.

Kiedy donor jest na ciągu głównym w momencie rozpoczęcia transferu masy wiemy, że bardzo szybko dojdzie do koalescencji układu, dlatego nie bierzemy go pod uwagę w dalszych obliczeniach. Jeśli zaś donor jest olbrzymem to zakładamy, że w wyniku przepływu masy traci on całą wodorową otoczkę i zostaje z niego naga gwiazda helowa. Masa, która wypływa z donora jest akreowana przez towarzysza i nieznacznie wpływa na masę produktu końcowego.

Przepływ masy istotnie wpływa na kształt i rozmiar orbity układu. W szczególności niestabilny transfer może prowadzić do gwałtownego zacieśniania orbity i fazy wspólnej otoczki (CE). Ma to miejsce, gdy stosunek mas składników  $q = \frac{M_1}{M_2} > 2$ . Na ogół układ składa się wtedy z obiektu zwartego oraz olbrzyma. Podczas fazy wspólnej otoczki jądro olbrzyma i obiekt zwarty tworzą układ podwójny zanurzony w otoczce olbrzyma. Na skutek ruchu w gęstym ośrodku obiekty te tracą energię ruchu orbitalnego. Powoduje to dalsze zmniejszanie się orbity. Zakładamy, że cała energia tracona w ruchu orbitalnym jest magazynowana w otoczce i będzie wykorzystana do jej odrzucenia. Wtedy możemy zapisać prosty bilans energetyczny, który pozwoli obliczyć rozmiar orbity po odrzuceniu otoczki ([40]):

$$\alpha_{CE} \left( \frac{GM_{1,f}M_2}{2a_f} - \frac{GM_{1,i}M_2}{2a_i} \right) = \frac{GM_{1,f}M_{env}}{\lambda a_i R_L}, \quad (3.12)$$

$$\frac{a_f}{a_i} = \left( \frac{M_{env}}{\alpha_{CE} \lambda R_L M_2} + \frac{M_{1,i}}{M_{1,f}} \right)^{-1}. \quad (3.13)$$

Cała niewiedza o procesie wspólnej otoczki zawarta jest we współczynnikach  $\lambda$  i  $\alpha_{CE}$ , które określają strukturę i efektywność otoczki. Do tej pory niewiele o nich

wiadomo. W zależności (3.12) mamy do czynienia z iloczynem tych wielkości, którego szacunkowa wartość to  $\alpha_{CE}\lambda = 0.1 - 1.0$ . Tak słaba znajomość procesu CE prowadzi do licznych niepewności w modelach i jest źródłem największych niedokładności. Faza wspólnej otoczki jest bardzo krótkim epizodem w życiu układu. Nie obserwowaliśmy obiektów w tej fazie, choć jesteśmy przekonani, że w niektórych przypadkach musiała ona mieć miejsce.

Kolejnym procesem, który należy uwzględnić rozpatrując ewolucję układów podwójnych to wybuchy supernowych. Przy niskiej masie gwiazdy jej wybuch spowoduje wyrzucenie nieco masy z układu co prowadzi do zwiększenia ekscentryczności, a czasem do rozerwania układu. Większe gwiazdy wybuchają w sposób mniej spektakularny - zapadają się bez utraty masy, więc układ przeżywa. W zakresie  $140M_{\odot} < M_{ZAMS} < 260M_{\odot}$  po wybuchu nic nie zostaje, więc układy o masach z tego przedziału również przestaną istnieć.

Żeby oszacować jakie będą własności większej próbki obiektów powstałych z ewolucji gwiazd populacji III należy dokonać tak zwanej "syntezy populacji". Tworzymy grupę gwiazd, których parametry zostały losowo wybrane z zadanych rozkładów. Następnie pozwalamy im ewoluować i patrzymy jakie są parametry obiektów otrzymanych na końcu.

Programem, który wykonuje tą procedurę i został przeze mnie wykorzystany jest StarTrac autorstwa Krzysztofa Belczyńskiego. Poza modelami ewolucji pojedynczych gwiazd zawiera on symulację wpływu interakcji składników układów podwójnych na przebieg ich ewolucji. Założony jest brak utraty masy podczas ewolucji, co jest dobrze spełnione przez gwiazdy populacji III. Model nie uwzględnia też wpływu rotacji na ewolucję, co w świetle ostatnich prac ([41], [42]) wydaje się generować duże niepewności.

Układy, które nie rozpadną się i nie zleją podczas fazy wspólnej otoczki są produktem końcowym działania programu StarTrac. Ze względu na znaczące masy początkowe gwiazd są to układy podwójne czarnych dziur. Dane wynikowe zawierają masy obu składników, separację oraz ekscentryczność układów.



## 4. Modelowanie widma fal grawitacyjnych

Celem niniejszej pracy jest znalezienie tła fal grawitacyjnych od gwiazd populacji III. Ściślej mówiąc chodzi o tło pochodzące z układów podwójnych czarnych dziur, które powstały w wyniku ewolucji pierwszych gwiazd. Obserwacje promieniowania grawitacyjnego wydają się jednym z niewielu sposobów na detekcję i badanie tego typu obiektów. Alternatywną metodą jest soczewkowanie grawitacyjne. W tym przypadku nie jest to jednak detekcja bezpośrednia, ponieważ analizujemy wpływ układu na krzywą blasku soczewkowanej gwiazdy. Inną niedogodnością jest sporadyczność występowania soczewkowania.

### 4.1. Procedura liczenia widma.

Populacja układów podwójnych czarnych dziur uzyskana dzięki działaniu programu StarTrack stała się próbką, którą poddaliśmy dalszej analizie. Istotne informacje takie jak masy składników i separacje układów zostały zapisane w jednej tablicy struktur. Dla każdego z układów policzyliśmy jego charakterystyczne wielkości, które będą potrzebne do dalszej analizy. Są to suma mas, masa zredukowana, masa "chirp" oraz czas do koalescencji:

$$M_i = M_{1,i} + M_{2,i} \quad (4.1)$$

$$\mu_i = \frac{M_{1,i}M_{2,i}}{M_{1,i} + M_{2,i}} \quad (4.2)$$

$$\mathcal{M}_i = \mu_i^{3/5} M_i^{2/5} \quad (4.3)$$

$$\beta_i = \frac{64 G^3 \mu_i M_i^2}{5 c^5} \quad (4.4)$$

$$T_{merg,i} = \frac{a_i^4}{4\beta_i}. \quad (4.5)$$

W tym momencie nastąpił podział naszej próbki na dwie grupy. Kryterium według którego klasyfikujemy układy jest  $T_{merg}$ . Układy obszerne mają czas do koalescencji dłuższy od czasu Hubble'a ( $T_H = 10^{10}$  lat). Oznacza to, że taki układ w czasie swojej dotychczasowej ewolucji praktycznie nie zmienił parametrów orbity, a co za tym idzie cały czas promieniuje grawitacyjnie w jednej częstotliwości danej wzorem:

$$f_i = \sqrt{\frac{GM}{\pi^2 a_i^3}}. \quad (4.6)$$

Układy na tyle ciasne, żeby ich koalescencja nastąpiła w czasie krótszym niż czas życia Wszechświata zachowują się nieco inaczej. Podczas swojej ewolucji zmieniają parametry orbity, ponieważ skala utraty momentu pędu związana z promieniowaniem grawitacyjnym jest porównywalna ze skalą ich życia. W szczególności znacząco zmienia się separacja, która spada do zera. Aby uniknąć problemów numerycznych związanych z zerową separacją wprowadziliśmy parametr  $a_k = 10^{-3} R_\odot$ , który potraktowaliśmy jako rozmiar orbity tuż przed zlanie się składników. Ta grupa będzie promieniowała grawitacyjnie w pewnym ciągłym zakresie częstości od  $f_{i,1}$  do  $f_{i,2}$  danych wzorami:

$$f_{i,1} = \sqrt{\frac{GM}{\pi^2 a_i^3}}, \quad f_{i,2} = \sqrt{\frac{GM}{\pi^2 a_k^3}}. \quad (4.7)$$

Stworzyliśmy siatkę częstości, której szerokość kolejnych przedziałów jest równa logarytmie. Liczba przedziałów jest ustalona i równa  $SIZE = 100$ . Zakres częstości również został ustalony na początku procedury poprzez określenie  $f_{min} = 10^{-13}$  Hz i  $f_{max} = 10^3$  Hz. Wybór takich wartości został podyktowany wstępnymi oszacowaniami na oczekiwane częstości w myśl wzoru (2.8). Kolejne szerokości przedziałów można zapisać następująco:

$$\Delta f_k = f_k \left( 10^{\left( \frac{\log(f_{max}) - \log(f_{min})}{SIZE} \right)} - 1 \right). \quad (4.8)$$

Obliczone częstości fal grawitacyjnych dla poszczególnych układów przydzieliliśmy do poszczególnych przedziałów siatki.

Przyczynek do energii oraz amplitudy sygnału od każdego układu liczymy korzystając ze wzorów (2.21), (2.22) oraz (2.23).

Wkład do binu pochodzący od układu ciasnego jest wyrażony za pomocą następującej całki:



$$(h_{c,i}^2(f_k))^{(1)} = \int_{f_k}^{f_{k+1}} h_{c,i}^2(f) d \log f, \quad (4.9)$$

$$\left( \frac{d\Omega_i(f_k)}{d \log f_k} \right)^{(1)} = \int_{f_k}^{f_{k+1}} \frac{d\Omega_i(f)}{d \log f} d \log f, \quad (4.10)$$

$$(S_i(f_k))^{(1)} = \int_{f_k}^{f_{k+1}} S_i(f_k) d \log f. \quad (4.11)$$

W przypadku układów z drugiej grupy procedura się upraszcza, ponieważ promieniają one tylko w jednej częstotliwości:

$$(h_{c,i}^2(f_k))^{(2)} = \int_{f_k}^{f_{k+1}} h_{c,i}^2(f) \delta(f - f_i) d \log f, \quad (4.12)$$

$$\left( \frac{d\Omega_i(f_k)}{d \log f_k} \right)^{(2)} = \int_{f_k}^{f_{k+1}} \frac{d\Omega_i(f)}{d \log f} \delta(f - f_i) d \log f, \quad (4.13)$$

$$(S_i(f_k))^{(2)} = \int_{f_k}^{f_{k+1}} S_i(f_k) \delta(f - f_i) d \log f. \quad (4.14)$$

Aby wynik był niezależny od rozdzielczości siatki częstotliwości sumowaliśmy wkład od poszczególnych układów i podzieliliśmy przez szerokość binu.

$$(h_c^2(f_k))^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^s (h_{c,i}^2(f_k))^{(1)}}{\log f_{k+1} - \log f_k}, \quad (4.15)$$

$$\left( \frac{d\Omega(f_k)}{d \log f_k} \right)^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^s \left( \frac{d\Omega_i(f_k)}{d \log f_k} \right)^{(1)}}{\log f_{k+1} - \log f_k}, \quad (4.16)$$

$$(S(f_k))^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^s (S_i(f_k))^{(1)}}{\log f_{k+1} - \log f_k}, \quad (4.17)$$

$$(h_c^2(f_k))^{(2)} = \frac{\sum_{i=1}^s (h_{c,i}^2(f_k))^{(2)}}{\log f_{k+1} - \log f_k}, \quad (4.18)$$

$$\left( \frac{d\Omega(f_k)}{d \log f_k} \right)^{(2)} = \frac{\sum_{i=1}^s \left( \frac{d\Omega_i(f_k)}{d \log f_k} \right)^{(2)}}{\log f_{k+1} - \log f_k}, \quad (4.19)$$

$$(S(f_k))^{(2)} = \frac{\sum_{i=1}^s (S_i(f_k))^{(2)}}{\log f_{k+1} - \log f_k} \quad (4.20)$$

Dla każdej częstotliwości może być inna liczba sumowanych przyczynków. To ile wyrazów faktycznie znajduje się w sumie determinuje liczba układów, które zostały zaklasyfikowane do danego binu częstotliwości.

We wzorach (2.21), (2.22) oraz (2.23) pojawia się zależność od przesunięcia ku czerwieni. W niniejszej pracy przyjęliśmy  $z = 15$ , co mniej więcej odpowiada wartości dla której spodziewamy się gwiazd populacji III. Tak naprawdę nie jest do końca jasne kiedy dokładnie powstawały pierwsze gwiazdy, ale widmo bardzo słabo zależy od tej wielkości.

Ostatnim elementem potrzebnym do uzyskania wyników jest  $N_0$ , czyli liczba źródeł w  $Mpc^3$ , które kontrybuują do widma. Tu pojawia się pewien problem. Na podstawie próbki wygenerowanej za pomocą symulacji komputerowych staramy się powiedzieć coś o całej populacji gwiazd, których nawet nie obserwujemy. Nie mamy możliwości weryfikacji naszych wniosków z materiałem obserwacyjnym. Niemniej należy spróbować oszacować tę wielkość na tyle, na ile jest to możliwe.

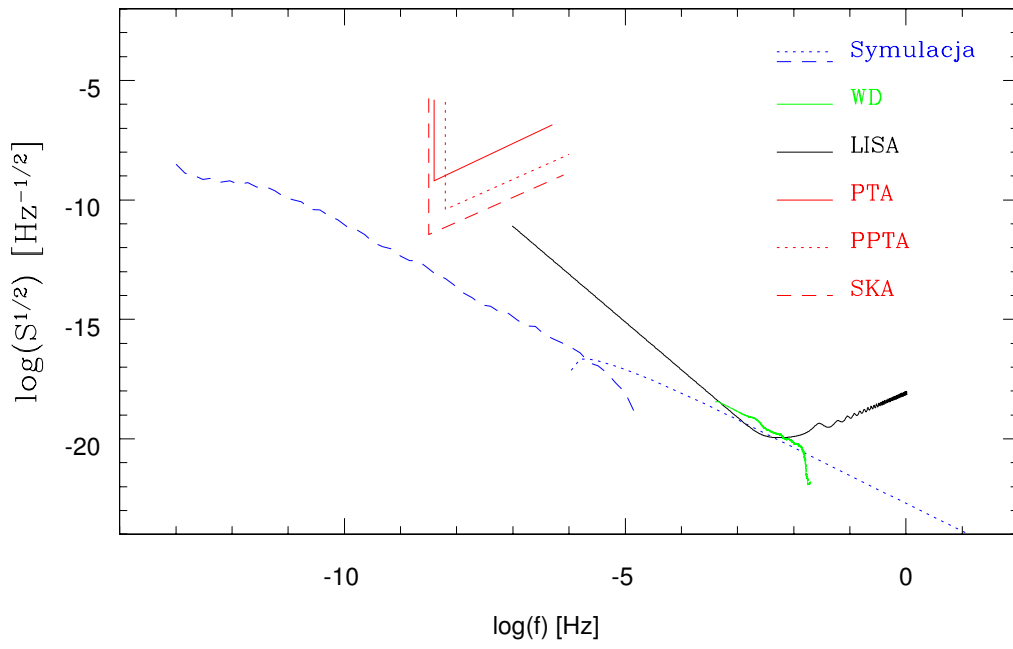
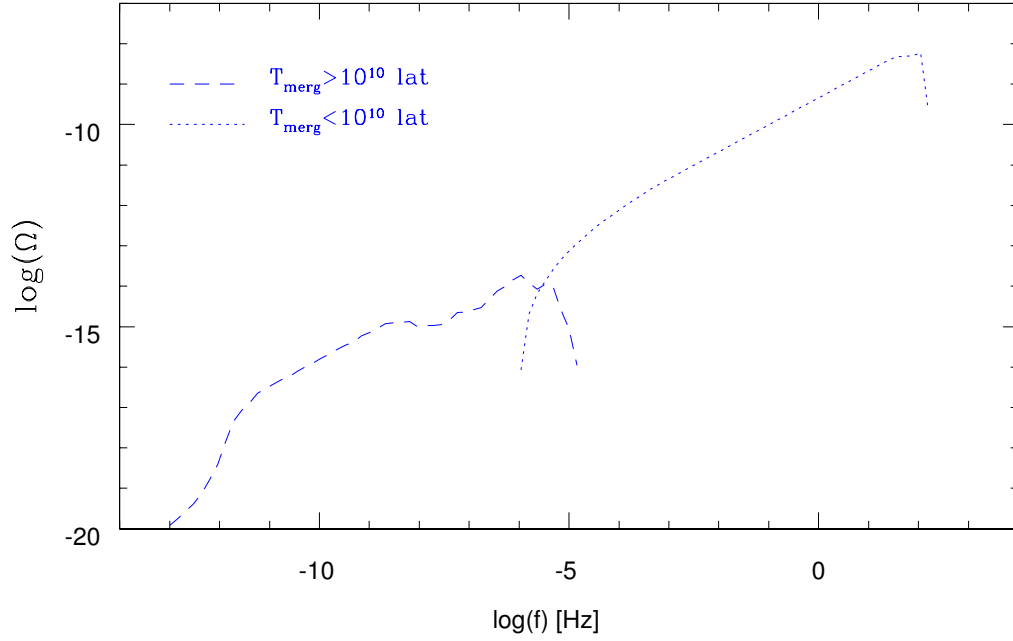
W poprzednim rozdziale została policzona koncentracja przestrzenna gwiazd populacji III, która wyraża się wzorem (3.11). Mając tę wielkość możemy zapisać wyrażenie na interesujący nas parametr:

$$N_0 = \frac{f_{bin} k_{BH} n_{pop3}}{N_{BH}}. \quad (4.21)$$

Wszystkie współczynniki stojące przed koncentracją gwiazd populacji III są mniejsze od jedności.  $f_{bin} = \frac{2}{11}$  był już wcześniej wykorzystywany i oznacza ułamek jaki stanowią gwiazdy podwójne wśród wszystkich gwiazd populacji III. Nie wszystkie układy przetrwają ewolucję i utworzą układy czarnych dziur. Ułamek tych, które to zrobią to  $k_{BH} = \frac{N_{BH}}{N_{tot}}$ . Wielkość ta jest podana w jednym z plików wyjściowych kodu StaTrack. Natomiast  $N_{BH}$  oznacza liczbę układów, które dały w efekcie swojej ewolucji układy czarnych dziur.

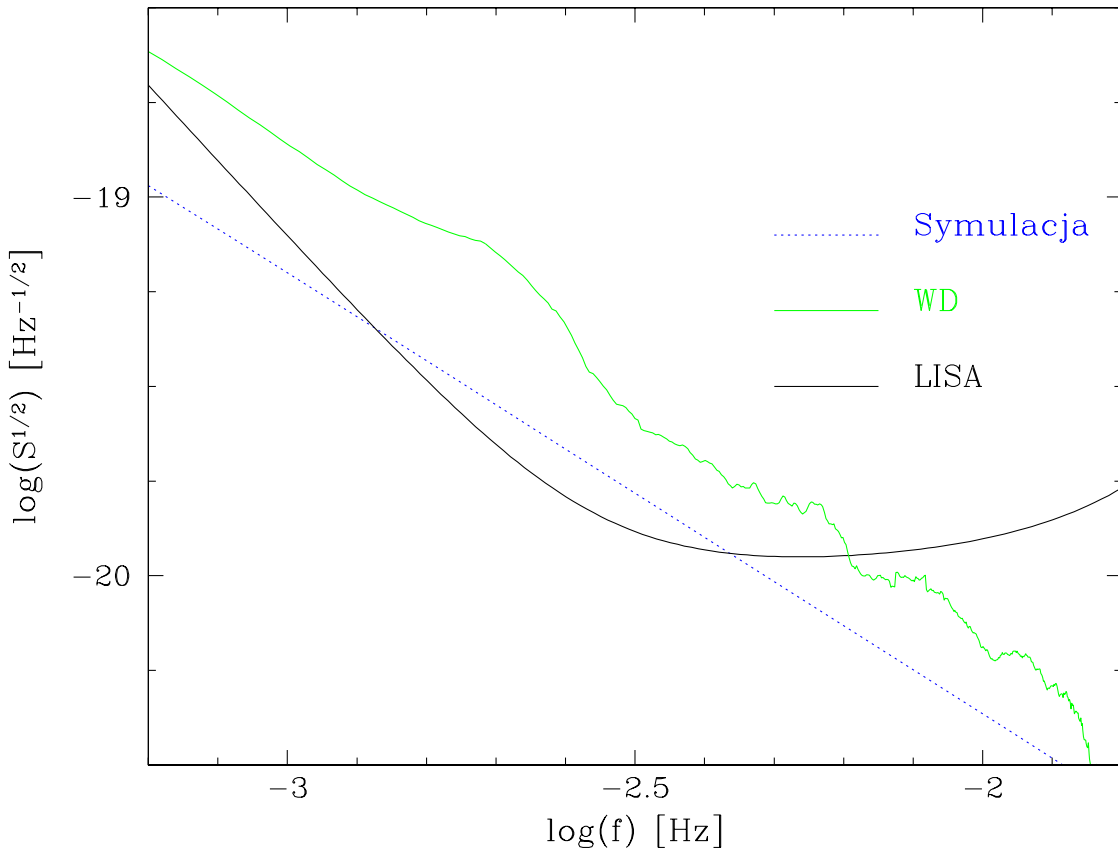
## 4.2. Wyniki symulacji.

Wyniki przeprowadzonych symulacji prezentuje Rysunek 4.1. Górny panel przedstawia widmo gęstości energii  $\frac{d\Omega_{gw}}{d\log f}$ . Dolny panel pokazuje miejsce liczonego tła na wykresie czułości detektora LISA oraz projektów PTA, PPTA i SKA.



Rysunek 4.1: Wynik modelowania tła fal grawitacyjnych.

Na wykresie widać dwa składniki widma. Te, których czas do złania jest relatywnie krótki mają mniejsze orbity, a zatem częstość fal grawitacyjnych będzie większa. Podobne rozumowanie doprowadzi do wniosku, że składnik o niskich częstościach pochodzi od układów, których orbity są bardzo szerokie i zleją się po czasie dłuższym niż wiek Wszechświata. Sygnał pochodzący od tych ciasniejszych układów znajdzie się na granicy wykrywalności detektora LISA. Rysunek 4.2 przedstawia powiększenie regionu, w którym detektor LISA będzie miał największą czułość.



Rysunek 4.2: Okolice maksima czułości LISA.

Na dolnym panelu Rysunku 4.1 oraz na Rysunku 4.2 za pomocą zielonej linii zaznaczony jest poziom tła pochodzącego od białych karłów w Galaktyce ([43]). Nawet jeśli oba sygnały znajdowałyby się w tym samym miejscu będzie możliwe odróżnienie ich w danych detektora LISA. Populacja białych karłów jest bowiem przestrzennie związana z położeniem na niebie Galaktyki, podczas gdy rozłożenie układów czarnych dziur powstałych z gwiazd populacji III jest izotropowe. Wyraźnie widać, że liczone

przez nas tło jest mniejszym źródłem szumu detektora LISA niż galaktyczne białe karły. Zgadza się to z przewidywaniami konstruktorów, którzy założyli, że głównym czynnikiem tła będą galaktyczne białe karły.

### 4.3. Dyskusja parametrów.

Wykres jaki otrzymaliśmy powstał na bazie symulacji numerycznych, które oparte są na wielu założeniach i modelach. W poprzednich rozdziałach zwracała uwagę słaba znajomość wielu procesów rządzących ewolucją gwiazd populacji III. Jest to zrozumiałe z uwagi na to, że nie obserwujemy już tych obiektów, a zatem niemożliwa jest obserwacyjna weryfikacja założeń. W takich sytuacjach zawsze rodzi się pytanie na ile otrzymane wyniki są zależne od wartości początkowych poszczególnych parametrów modeli.

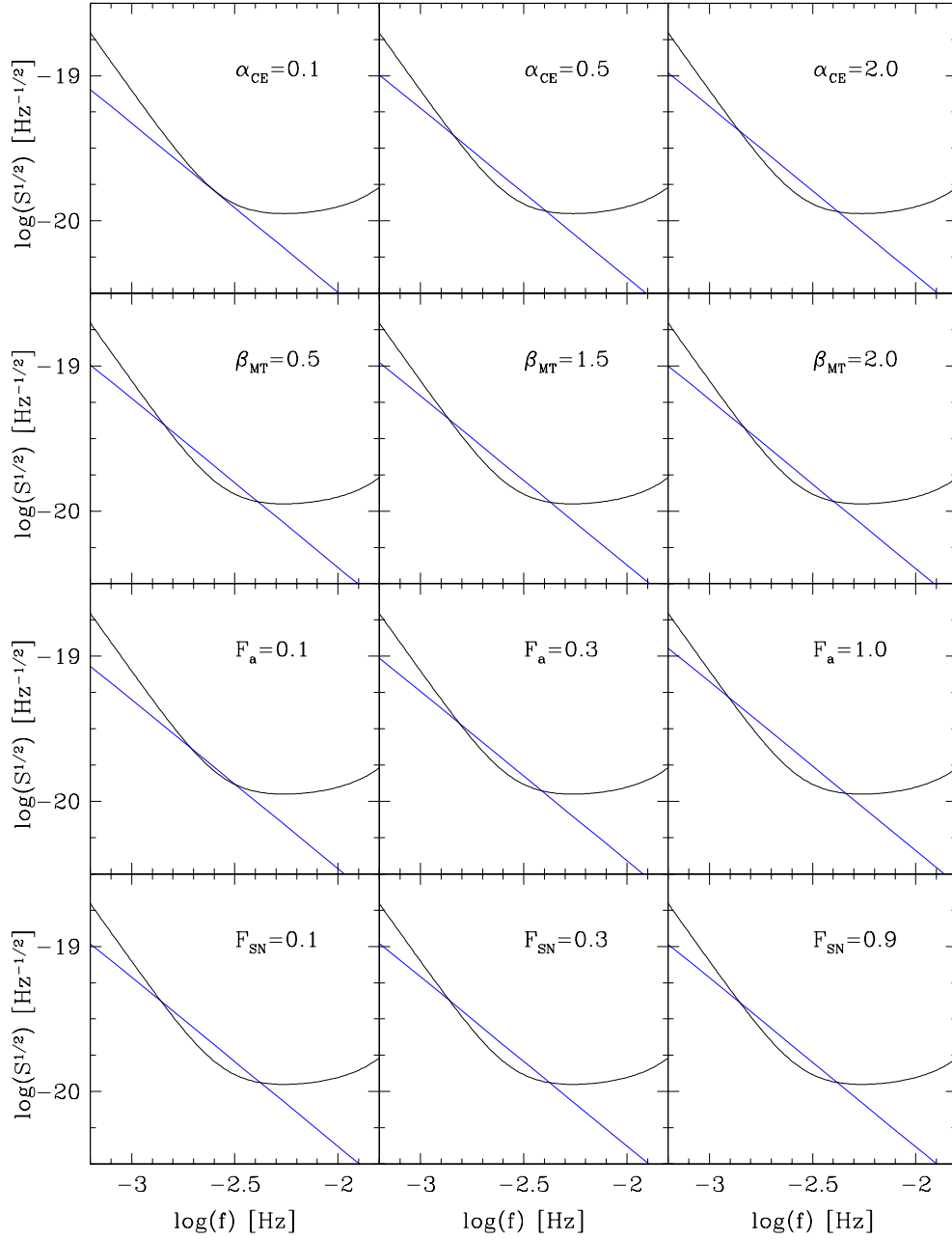
Powtórzyliśmy obliczenia zmieniając niektóre parametry, które wydają się najmniej pewne w modelach. Poniżej znajduje się ich lista wraz z krótkim opisem:

- $\alpha_{CE}$  - wydajność wspólnej otoczki,
- $\beta_{MT}$  - moment pędu materii przepływającej podczas transferu masy,
- $F_a$  - ułamek transferowanej masy jaki trafia na towarzysza,
- $F_{SN}$  - ułamek masy otoczki traconej podczas pulsacji wywołanych niestabilnością par,
- Sal - wykładnik rozkładu początkowego mas,
- $M_{min}$  - masa minimalna gwiazdy wyrażona w masach Słońca,
- $f_b$  - ułamek binarny,
- kick - dodatkowa prędkość podczas wybuchu supernowej (0 - nie ma, 1 - jest),
- ISEP - początkowy rozkład separacji (1 - płaski w logarytmie, 2 - płaski),
- IMF - początkowy rozkład mas (1 - standardowy, 2 - masy niezależne).

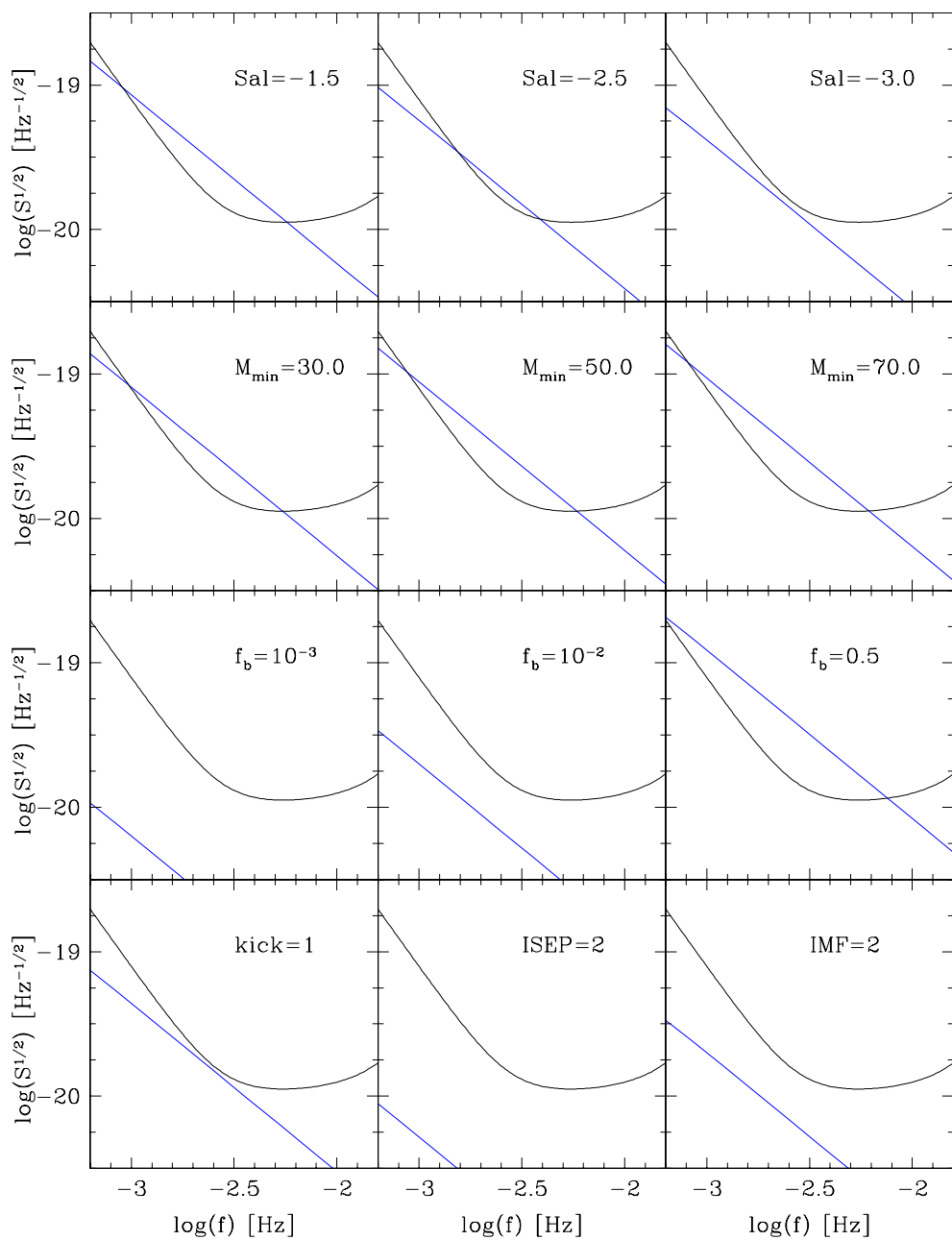
Poniższa tabela prezentuje wartości, dla których przeprowadziliśmy analizę. Pogrubiona kolumna zawiera standardowe wielkości, których używaliśmy w poprzednim rozdziale do otrzymania wyników.

| Parametr      | Wartości     |           |           |      |
|---------------|--------------|-----------|-----------|------|
| $\alpha_{CE}$ | <b>1.0</b>   | 0.1       | 0.5       | 2.0  |
| $\beta_{MT}$  | <b>1.0</b>   | 0.5       | 1.5       | 2.0  |
| $F_a$         | <b>0.5</b>   | 0.1       | 0.3       | 1.0  |
| $F_{SN}$      | <b>0.5</b>   | 0.1       | 0.3       | 0.9  |
| Sal           | <b>-2.35</b> | -1.0      | -2.5      | -3.0 |
| $M_{min}$     | <b>10.0</b>  | 30.0      | 50.0      | 70.0 |
| $f_b$         | <b>0.1</b>   | $10^{-3}$ | $10^{-2}$ | 0.5  |
| kick          | <b>0</b>     | 1         |           |      |
| ISEP          | <b>1</b>     | 2         |           |      |
| IMF           | <b>1</b>     | 2         |           |      |

Za każdym razem zmieniany był tylko jeden parametr, pozostałe miały wartości referencyjne. W ten sposób sprawdzamy jak zmiana danego parametru wpływa na poziom obserwowanego tła. Okazało się, że otrzymywane wykresy zgadzały się ze sobą bardzo dobrze (Rysunek 4.3 i 4.4). Oznacza to, że wynik otrzymany w poprzednim punkcie jest bardzo słabo zależny od wyboru modelu i jego parametrów.



Rysunek 4.3: Rodziny modeli dla różnych wartości parametrów wejściowych.



Rysunek 4.4: Rodziny modeli dla różnych wartości parametrów wejściowych (ciąg dalszy).



Wielkością, która powinna mieć istotny wpływ na poziom tła jest ułamek binarny. Im mniej układów podwójnych znajduje się w populacji, tym mniej jest całkowitego promieniowania. Z symulacji wynika, że poziom ten zmienia się dość wolno wraz ze spadkiem  $f_b$ . Otrzymane widmo jest na granicy wykrywalności. Wzrost ułamka binarnego zwiększyłby szanse zaobserwowania sygnału od rozważanych obiektów.

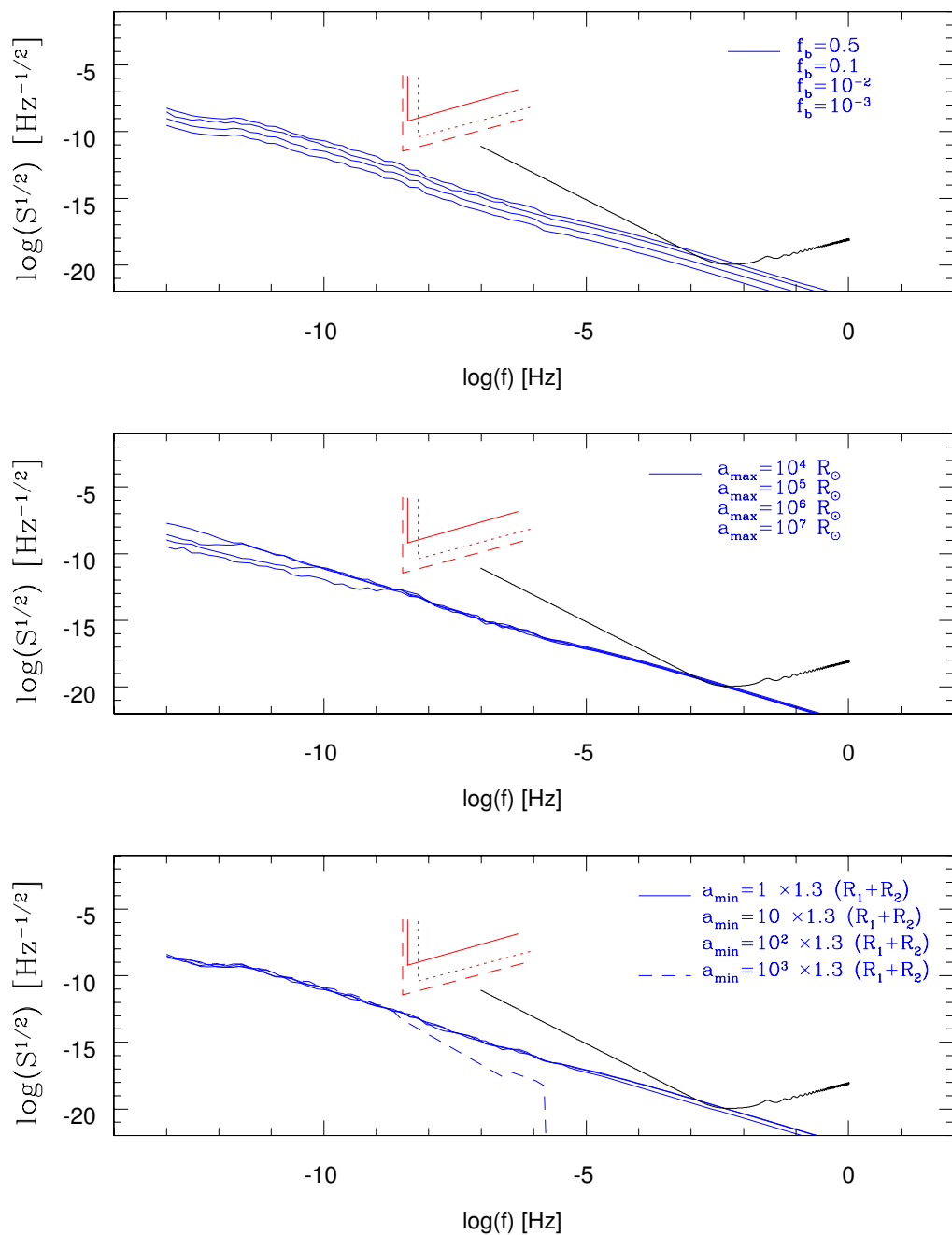
Ponadto z wykresów wynika, że rozkład separacji początkowych ma duże znaczenie. Jest to zrozumiałe, ponieważ wielkość układu tłumaczy się na częstość fali. Zmieniając zakres czy rozkład separacji początkowych manipulujemy zakresem częstości w jakim dostępne będzie widmo.

Rysunek 4.3 pozwala przyjrzeć się dokładniej jaki wpływ mają wyżej opisane parametry.

Pierwszy panel przedstawia spadek poziomu sygnału wraz ze spadkiem ułamka binarnego. Jeśli populacja III wykazuje podobny ułamek binarny jak pozostałe dwie ( $f_b = 0.5$ ) to istnieje szansa na detekcję za pomocą anteny LISA. A zatem wykrycie tego sygnału będzie argumentem w dyskusji na temat istnienia układów podwójnych wśród gwiazd populacji III.

Drugi panel pokazuje jak wpływa zmiana maksymalnej separacji początkowej gwiazd przy stałej minimalnej separacji. Standardowo przyjmuje się, że wielkość ta jest rzędu skali Jeansa zapadającej się chmury. Dla młodego Wszechświata było to około 1 pc. Z wykresu wynika, że ten parametr ma znikome znaczenie.

Ostatni panel pokazuje jakie znaczenie ma separacja minimalna (przy zachowanej maksymalnej). Referencyjnie przyjęto  $1.3 \times (R_1 + R_2)$ . Układ o takich rozmiarach byłby niemal w kontakcie. Nie jest jasne czy tak ciasne układy podwójne mogły powstawać. Jest to wciąż przedmiotem dyskusji. Widać jednak, że wartość ta ma istotny wpływ na zakres częstości przewidywanego sygnału. Linia przerywaną został zaznaczony wariant zakładający  $a_{min} = 1.3 \times 10^3 \times (R_1 + R_2)$ , który wyraźnie odstaje od pozostałych. Tak duża minimalna separacja układów młodych gwiazd sprawia, że nie ma wśród nich bardzo ciasnych, które kontrybuują w wyższych częstościach. Takie układy nie rozpoczynają transferu masy, a zatem nie występuje u nich szybkie zacieśnianie orbity. Jeśli sygnał zostanie kiedykolwiek zaobserwowany to zakres jego częstości może dać pewne ograniczenia na ten parametr.



Rysunek 4.5: Wpływ zmiany ułamka binarnego oraz zakresu separacji początkowych układu.

## 5. Podsumowanie.

Czarne dziury będące pozostałościami po gwiazdach populacji III powinny być obiektami bardzo masywnymi. Jeśli układy wielokrotne pierwszych gwiazd były tak powszechne jak obecnych populacji, to spodziewamy się wielu układów podwójnych czarnych dziur o znaczących masach. Takie obiekty byłyby silnymi źródłami promieniowania grawitacyjnego. Modelowanie sygnału od tej klasy obiektów staje się ważne w świetle przyszłych obserwacji detektora LISA. Technika obserwacyjna w zakresie promieniowania grawitacyjnego jest trudna i wymaga gotowych szablonów do stworzenia macierzy odpowiedzi (podobnie jak w przypadku obserwacji w zakresie X). Z drugiej strony obserwacje w falach grawitacyjnych zdają się być jedynym sposobem bezpośredniej obserwacji układów dwóch czarnych dziur. W falach elektromagnetycznych widzimy tylko efekt jaki wywiera masywne ciało na swoje otoczenie.

Wykrycie sygnału o własnościach przedstawionych w pracy będzie być może pierwszą bezpośrednią obserwacją gwiazd populacji III. Będzie to również argument w dyskusji o możliwości formowania się układów podwójnych gwiazd populacji III.

Jak pokazaliśmy poziom tła nie zależy od wartości początkowych parametrów modeli ewolucji rozważanych gwiazd. Oznacza to, że niepewności związane z początkową funkcją mas czy przebiegu fazy wspólnej otoczki nie mają większego znaczenia. Są jednak dwa parametry, na które otrzymane wyniki są czułe. Ułamek binarny wpływa na poziom sygnału, założona wartość jest graniczną dla możliwości detekcji takiego sygnału. Maksymalna i minimalna separacja początkowa z jaką rodzą się układy podwójne gwiazd populacji III wpływa na zakres częstotści.

W obu tych przypadkach nie zmienia się w sposób znaczący kształt sygnału. Przyszłe obserwacje powinny pomóc w nałożeniu pewnych ograniczeń na wspomniane parametry.

Uzyskane tło będzie niewielkim, ale znaczącym składnikiem szumu obserwowanego za pomocą detektora LISA. Porównaliśmy otrzymane wyniki z przewidywaniami dla białych karłów. Wydaje się, że przy sprzyjających warunkach mogłyby one być porównywalne, ale w dużej mierze zależy to od wartości ułamka binarnego.

Obecnie planowane eksperymenty oparte na chronometrażu pulsarów nie mają szans wykrycia tła fal grawitacyjnych od gwiazd populacji III.



# Spis rysunków

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Polaryzacja fali. . . . .                             | 9  |
| 3.1. Masa pozostałości po gwiazdzie. . . . .               | 24 |
| 3.2. Zakres promienia gwiazdy. . . . .                     | 25 |
| 4.1. Wynik modelowania tła fal grawitacyjnych. . . . .     | 33 |
| 4.2. Okolice maksima czułości LISA. . . . .                | 34 |
| 4.3. Modele z różnymi parametrami. . . . .                 | 37 |
| 4.4. Modele z różnymi parametrami (2). . . . .             | 38 |
| 4.5. Wpływ zmiany $f_b$ oraz $a_{min} - a_{max}$ . . . . . | 40 |



# Bibliografia

- [1] Schultz, F. B., "Wstęp do ogólnej teorii względności", Wydawnictwo Naukowe PWN
- [2] Landau, L. D., Lifszyc, L. M. "Teoria pola", Wydawnictwo Naukowe PWN
- [3] <http://sam.phys.lsu.edu/Overview/waves.html>
- [4] Hulse, R. A., Taylor, J. H. 1975, Apj, 195, L51-L53
- [5] Weber, J. 1968, Physical review letters
- [6] <http://sam.phys.lsu.edu/ALLEGRO/allegro.html>
- [7] <http://www.auriga.lnl.infn.it/>
- [8] <http://www.roma1.infn.it/rog/explorer/>
- [9] <http://www.roma1.infn.it/rog/nautilus/>
- [10] <http://www.ligo.caltech.edu/>
- [11] Abbott, B., zespół współpracowników LIGO 2007, arXiv: 0711.3041
- [12] <http://www.ego-gw.it/public/virgo/virgo.aspx>
- [13] <http://geo600.aei.mpg.de/>
- [14] <http://tamago.mtk.nao.ac.jp/>
- [15] <http://lisa.nasa.gov/>.
- [16] <http://www.srl.caltech.edu.pl/shane/sensitivity/MakeCurve.html>

- [17] <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/ppta/index.php?n=Main.PPTA>
- [18] Manchester, R. N. 2007, arXiv: 0710.5026
- [19] Carilli, C., Rawlings, S. 2004, arXiv: astro-ph/0409274
- [20] <http://www.skatelescope.org>
- [21] Nelemans, G., Yungelson, L. R., Portegies Zwart, S. F. 2001, arXiv: astro-ph/0105221
- [22] Farmer, A. J., Phinney, E. S. 2003, MNRAS, 346, 1197-1214
- [23] Trias, M., Sintes, A. M. 2007, arXiv: 0707.4434
- [24] <http://www.lisa.jpl.nasa.gov>
- [25] Phinney, E. S. 2001, MNRAS, 000, 1-7 (2001)
- [26] Larson, R. B. 1998, MNRAS, 301, 569-581
- [27] Kudritzki R. P. 2002, ApJ, 577, 389-408
- [28] Salpeter E. E. 1955, ApJ, 121, 161
- [29] Johnson, J. L., Greif, T. H., Bromm, V. 2008, arXiv: 0802.0207
- [30] Saigo, K., Matsumoto, T., Umemura, M. 2004, ApJ, 615, L65-L68
- [31] Machida, M. N., Matsumoto, T., Inutsuka, S. 2008, arXiv: 0803.1224
- [32] Bulik, T., Belczyński, K., Rudak, B 2004, Astron.Astrophys., 415 (2004), 407-414
- [33] Kulczycki, K., Bulik, T., Belczynski, K., Rudak, B. 2006, arXiv:astro-ph/0602533
- [34] Lawlor, T. M., Young T. R., Johnson T. A., MacDonald J. 2007, arXiv: 0710.3548
- [35] Heger, A., Woosley, S. E., Baraffe, I., Abel, T. 2001, arXiv: astro-ph/0112059
- [36] Heger, A., Woosley, S. E., Fryer, C. L., Langer, N. 2002, arXiv: astro-ph/0211062
- [37] Bond, J. R., Arnett, W. D., Carr, B. J. 1984, ApJ 280, 825 (1984)



- [38] Fryer, C.L., Woosley, S.E., Heger, A. 2001, ApJ 550, 372-382
- [39] Belczyński, K., Bulik, T., Heger, A., Fryer, C. 2007, ApJ 664, 986-999
- [40] Webbink, R. F. 1984, ApJ, 277, 355-360
- [41] Langer, N., Cantiello, M., Yoon, S.-C., Hunter, I., Brott, I., Lennon, D. J., de Mink, S. E., Verheijdt, M., 2008, arXiv:0803.0621
- [42] Yoon, S.-C., Cantiello, M., Langer, N. 2008, arXiv: 0801.4373
- [43] Ruitter, A. J., Belczyński, K., Benacquista, M., Holley-Bockelmann K. 2007, arXiv: 0712.0847