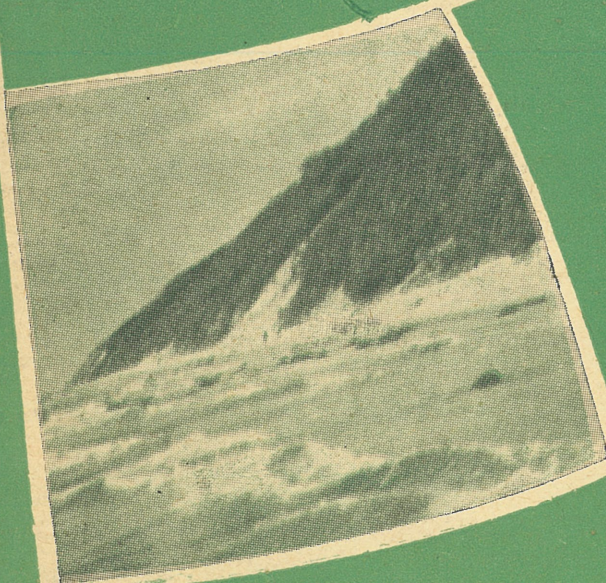




PRZEGŁAD GEODEZYJNY



1960

NR 9

ROK XXXII

Badanie ziemskiego pola grawitacyjnego przy pomocy obserwacji sztucznych satelitów

W ciągu swej krótkiej historii sztuczne satelity Ziemi i rakiety kosmiczne dostarczyły olbrzymią ilość informacji naukowych i przyczyniły się do wielu znakomitych odkryć, wśród których na pierwszym miejscu bezprzecnie należy postawić sfotografowanie niewidocznej strony Księżyca. Wielkie znaczenie mają też wyniki badań dotyczące Ziemi i otaczającej ją przestrzeni, z których wymienić należy: zbadanie rozległości i składu górnych warstw atmosfery, stwierdzenie obecności obszarów o dużym natężeniu promieniowania radioaktywnego (tak zwane „pierścienie Van Allena”) oraz dokładniejsze zbadanie ziemskiego pola grawitacyjnego. Z tej ostatniej dziedziny najciekawsze wydaje się być stwierdzenie istnienia tak zwanego popularnie gruszkowatego kształtu Ziemi, który to problem zostanie omówiony szczegółowiej w dalszej części artykułu.

Aby wyjaśnić, w jaki sposób satelita znajdujący się w odległości kilkuset kilometrów od powierzchni Ziemi udzielić będzie informacji o jej kształcie lub rozkładzie masy w jej wnętrzu, zapoznajmy się w najgrubszym zarysie z prawami fizycznymi, które rządzą zachowaniem się satelity w przestrzeni. Wiemy, iż w pewnym idealnym przypadku prawami tymi są, znane z mechaniki, prawa Keplera. Byłyby one ważne, gdyby Ziemia była ciałem centrobarycznym, to jest idealną jednorodną kulą, lub składała się z kulistych jednorodnych warstw; można by wówczas zakładać, że cała masa Ziemi skupiona jest w jednym punkcie — środku ciężkości. Orbita sztucznego satelity byłaby wówczas, zgodnie z pierwszym prawem Keplera elipsą, której jedno ognisko pokrywałoby się ze środkiem ciężkości Ziemi. Elipsę tę można wyrazić równaniem:

$$r = \frac{1 + e \cos(u - \omega)}{a(1 - e)^2} \quad (1)$$

gdzie

- r — odległość od satelity do środka Ziemi, tak zwany radius-wektor,
- e — mimośród elipsy,
- u — kąt między kierunkiem na węzeł wstępujący a radius-wektorem, czyli anomalia prawdziwa mierzona od węzła wstępującego,
- ω — argument perigeum,
- a — półosi duża elipsy.

Według drugiego prawa Keplera, pola zakreślone przez radius-wektor powinny być proporcjonalne do czasu:

$$r \cdot r \frac{du}{dt} = \text{const} \quad (2)$$

Wreszcie według prawa trzeciego — między okresem obiegu T a półosią dużą elipsy a , zachodziłby związek:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{kM}{4\pi^2} = \text{const} \quad (3)$$

gdzie

- k — stała grawitacyjna,
- M — masa Ziemi.

Uzupełnieniem matematycznego opisu ruchu satelity będzie równanie Keplera:

$$E - e \sin E = n(t - t_p) \quad (4)$$

gdzie

- t_p — moment przejścia przez perigeum,
- n — ruch średni $\frac{2\pi}{T}$

E — anomalia mimośrodowa pozostająca w następującym związku funkcyjnym z anomalią prawdziwą v

$$\text{tg } \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \text{tg } \frac{E}{2}$$

Tęga rodzaju ruch, podporządkowany powyższym prawom, nazwalibyśmy ruchem bezperturbacyjnym. Elementy

takiej orbity, a więc: e, ω, a, Ω — rekstascenzja węzła wstępującego, byłyby niezmiennie. Jednakże warunki istniejące w przyrodzie różnią się dość znacznie od przyjętych w poprzednim rozumowaniu, idealnych. Wśród wielu źródeł zakłócających ruch keplerowski sztucznego satelity na bliskiej orbicie, najważniejsze są:

1. Opór atmosfery.

2. Niekulisty kształt Ziemi.

Do wywołujących zakłócenia mniejszego rzędu należą:

3. Wpływ innych ciał niebieskich, a więc przede wszystkim Księżyca i Słońca.

4. Wpływ ziemskiego pola magnetycznego i elektrostatycznego.

5. Ruch własny satelity (na przykład rakiet koziółkuje dookoła swego środka ciężkości).

6. Opór materii międzyplanetarnej.

7. Relatywistyczne przesunięcie się perigeum i inne.

Wielkość efektu wywołanego oporem atmosfery zależy rzecz oczywista od wysokości, na jakiej porusza się satelita. Dla satelitów „niskopułapowych”, których perigeum znajduje się na wysokości 200—300 km, efekty hamowania przez atmosferę są tak duże, że przytłaczają sobą wpływy wszystkich pozostałych źródeł razem wziętych. Nie będziemy ich tu omawiać, powiemy tylko, że obserwacje wywołanych zmian pozwoliły wyciągnąć bardzo wiele cennych wniosków dotyczących górnej części atmosfery.

Zatrzymajmy się nieco przy zagadnieniu wpływu spłaszczenia Ziemi na orbitę sztucznego satelity. Po oporze atmosfery jest to drugie co do siły wpływu źródło perturbacji, a w przypadku satelitów wysokich, poruszających się poza atmosferą — źródłem perturbacji największych. Największe wywołane przezeń zmiany występują w elementach: rekstascenzji węzła wstępującego Ω i argumentu perigeum ω ¹⁾. O ile bezperturbacyjny ruch keplerowski odbywa się stale w jednej płaszczyźnie orbity — nieruchomej względem gwiazd — wyznaczonej przez wektor szybkości początkowej i środek masy ciała centralnego, o tyle rzeczywisty ruch satelity wokół Ziemi odbywa się w płaszczyźnie ruchomej, obracającej się ruchem niejednostajnym dookoła osi Ziemi. Zachodzi tu pewna analogia — w sensie geometrycznym nie dynamicznym — do precesyjnego ruchu równika względem ekliptyki. Mechanizm tego zjawiska w uproszczeniu przedstawić można następująco:

Wyraźmy potencjał grawitacyjny Ziemi wzorem:

$$W = \frac{kM}{r} [1 + \Sigma] \quad (5)$$

gdzie k — stała grawitacyjna,

M — masa Ziemi,

r — odległość od środka Ziemi.

Wykaz pierwszy tego wzoru będzie jak widać potencjałem newtonowskim ciała centrobarycznego o masie M . Wyraz drugi, który nazwiemy potencjałem perturbacyjnym będzie nam reprezentował te wszystkie różnice, jakie istnieją między ciałem centrobarycznym o masie M , a rzeczywistą Ziemią.

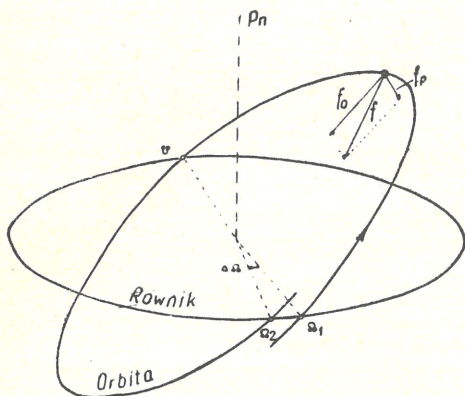
Gradient potencjału wyrażonego pierwszym członem wzoru (5) będzie skierowany do środka masy M . Jeśli jednak uznamy Ziemię za elipsoidę obrotową, to gradient potencjału W będzie skierowany prostopadle do elipsoidy współosiowej z elipsoidą ziemską. Ten wektor siły f można rozłożyć na składowe: skierowany do centrum masy f_0 i do niego prostopadły f_p . Wektor f_p będzie przedstawiał siłę perturbującą i będzie funkcją potencjału perturbacyjnego. Siła ta będzie działać tak, aby zepchnąć satelitę z orbity bezperturbacyjnej, której płaszczyzna przechodzi przez środek masy. Wskutek tego satelita przejdzie przez płaszczyznę równika w węzle zstępującym niedokładnie naprzeciwko węzła wstępującego, ale w punkcie przesunię-

¹⁾ Opis elementów orbity patrz Przegląd Geodezyjny 1959 r. nr 8/9 artykuł tegoż autora.

tym o pewien kąt $\frac{\Delta \Omega}{2}$, w kierunku, zgodnym z kierunkiem

nachylenia orbity do równika, zaś po wykonaniu pełnego obrotu, kiedy satelita znajdzie się znów w węźle wstępującym, jego rektascenzja będzie się różniła od poprzedniej o kąt $\Delta \Omega$. Jest to tak zwane zjawisko cofania się węzłów orbity.

W podobny sposób wytłumaczyć można zmianę argumentu perigeum, czyli inaczej mówiąc ruch linii apsydów, powodowany tym samym czynnikiem. Dla badań prowa-



Rys. 1

dzonych za pomocą obserwacji pozycyjnych sztucznych satelitów ruch apsydów, wywołany spłaszczeniem Ziemi, ma duże znaczenie. Zmiana położenia perigeum powoduje zmianę warunków ruchu, a co za tym idzie zmianę parametrów geometrycznych orbity, śledzenie których pozwala na wnioskowanie o pewnych zjawiskach w przyrodzie, związanych ze zmianą szerokości geograficznej.

Idąc za przedstawionym powyżej rozumowaniem jesteśmy w stanie wyprowadzić ściśle wzory wiążące zmiany elementów orbity z wielkościami charakteryzującymi ziemski potencjał grawitacyjny, a więc w pierwszym rzędzie z elipsoidalnym spłaszczeniem Ziemi.

Widzimy, że na podstawie obserwacji sztucznych satelitów jesteśmy w stanie obliczyć wartość spłaszczenia Ziemi. Zadanie to zostało podjęte przez różne ośrodki, gdzie otrzymano bardzo interesujące wyniki. Na przykład według danych, ogłoszonych przez Instytut Teoretycznej Astronomii Akademii Nauk ZSRR, na podstawie obserwacji sputników wyznaczono wartość spłaszczenia

$$\varepsilon = \frac{1}{297,5}$$

zaś uczeni amerykańscy, na podstawie obserwacji swoich satelitów otrzymali wynik

$$\varepsilon = \frac{1}{298,2}$$

$$\left(\text{elipsoida Krasowskiego } \varepsilon = \frac{1}{298,3} \right)$$

Należy również wspomnieć o eksperymentalnym wyznaczeniu wartości spłaszczenia Ziemi przez W. Barana i W. Żukowskiego w ramach prac seminaryjnych, prowadzonych przez Katedrę Astronomii Geodezyjnej Politechniki Warszawskiej. Mimo skromnych możliwości — prace tego typu wymagają wielkiej ilości pracochłonnych obliczeń — uzyskano bardzo ciekawe wyniki.

Problem wyznaczania kształtu ciała centralnego na podstawie obserwacji jego satelity nie jest problemem nowym. Metodę tę stosowano z powodzeniem do badania planet

układu słonecznego — między innymi Marsa $\left(\frac{1}{\varepsilon} = 192 \right)$

i Jowisza $\left(\frac{1}{\varepsilon} = 15,4 \right)$, zaś na podstawie zakłóceń w ruchu

Księżycy E. Brown wyznaczył dla Ziemi wartość $\frac{1}{\varepsilon} = 297,3$.

Jeśli chodzi o pozostałe, wymienione na początku, przyczyny zakłóceń ruchu satelitów, to jak już powiedziano wywołują one skutki dużo mniejsze. Wpływy lunisolarne zależą od odległości od Ziemi, w jakiej znajduje się sate-

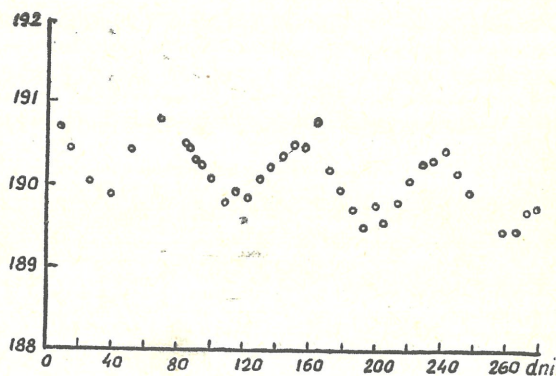
lita, jednak w dotychczasowych przypadkach sztucznych satelitów Ziemi (nie licząc rakiet księżycowych) wpływy te były znikomo małe. Czwarły z wymienionych wyżej punktów jest jeszcze ciągle przedmiotem badań, wiadomo jednak z góry, że oddziaływanie tych czynników nie może być silne. Wynik zderzeń z mikrometeoroidami i cząstkami materii międzyplanetarnej w swej średniej statystycznej podobny jest do wyniku hamowania atmosfery, naturalnie bardzo rozrzedzonej. Nie trzeba dodawać, że spotkanie z większą bryłą materii będzie już miało inne skutki.

Jeśli chodzi o efekty relatywistyczne w ruchu sztucznego satelity Ziemi — to są one również zbyt małe, aby je można było wyłowić spośród zmian powodowanych innymi przyczynami. Zmiany ω na jeden obrót są rzędu tysięcznych części sekundy łuku i trzeba by dokładnie znać wszystkie inne parametry determinujące orbitę sztucznego satelity, aby pokusić się o sprawdzenie tą metodą teorii Einsteina.

Wróćmy jednak do zagadnień geodezyjnych. Wiadomo, że elipsoida obrotowa jest jedynie pewnym przybliżeniem prawdziwego kształtu Ziemi, którego dokładnie nie znamy. Wyznaczenie wartości spłaszczenia elipsoidy ziemskiej nie ułatwia zatem jeszcze problemu określenia kształtu Ziemi. Należy wyznaczyć funkcję, która opisywałaby z możliwie największą dokładnością powierzchnię możliwie najbardziej zbliżoną do prawdziwej powierzchni geoidy. Powierzchnię taką nazywamy quasigeoidą. Mając znaną funkcję opisującą potencjał dla danej, przyjętej quasigeoidy, możemy wyprowadzić wzory na zmianę elementów orbity sztucznego satelity. Przez porównanie faktycznie występujących zmian elementów orbity z wyprowadzonymi wzorami, możemy wnioskować o słuszności przyjętej postaci quasigeoidy.

Ta metoda doprowadziła uczonych amerykańskich: J.O. Keefe'a, A. Eckelsa i R.K. Squiresa do sformułowania twierdzenia o istnieniu we wzorze na ziemski potencjał grawitacyjny wyrazu będącego funkcją harmoniczną kulistą trzeciego stopnia, co nadaje quasigeoidzie lekko gruszkowatą formę. Materiałem wyjściowym były obserwacje amerykańskiego sztucznego satelity Vanguard I (według nomenklatury międzynarodowej 1958 (Beta 2)). Wyrzuty z bazy rakietowej Cap Canaveral dnia 17 marca 1958 r. Vanguard wszedł na orbitę o nachyleniu do równika $i = 34^\circ$, odległości od powierzchni Ziemi w perigeum $H_p = 650$ km i mimośrodzie $e = 0,19$. Dzięki wysokiemu pułapowi oporu wpływ oporu atmosfery na zmiany elementów orbity był stosunkowo mały. Zapewniało to długi okres „życia” satelity oraz dużą stabilność tych elementów orbity, które były perturbowane hamowaniem ośrodka, co z kolei pozwalało na śledzenie ujawniających się wyraźnie perturbacji spowodowanych niecentrobarycznością Ziemi.

Opracowaniem obserwacji i obliczaniem elementów orbity zajmuje się ośrodek pod nazwą „Vanguard Computing



Rys. 2

Center”. Obserwacje opracowywane są w ten sposób, że każda grupa obserwacji z okresu około 7 dni wyrównywana jest niezależnie dla znalezienia wszystkich określających orbitę parametrów. Parametrami tymi są:

- M — anomalia średnia na daną epokę,
- a — półosi duża,
- e — mimośród elipsy aproksymującej orbitę,
- i — nachylenie do płaszczyzny równika,
- ω — argument perigeum,
- Ω — rektascenzja węzła wstępującego

Przebieg zmian w czasie wymienionych wyżej elementów okazał się niezwykle interesujący. Oto pokazany na wykresie

przebieg zmian wartości mimośrod. Przedstawia on sinusoidę o okresie około 80 dni. Taki sam był okres zmiany argumentu perigeum ω o wartości 2π , czyli obiegu perigeum dookoła środka Ziemi. Identyczną periodyczność wykazywały i inne zmieniające się elementy. Maksima i minima sinusoidy przypadały na czas, kiedy szerokość geograficzna perigeum była bliska swym granicznym wartościom po obu stronach równika. Nasunęło to wniosek, że pole grawitacyjne Ziemi jest niesymetryczne względem równika i to w stopniu znacznie większym niż to przypuszczano dotychczas.

Dla znalezienia formuły opisującej ziemski potencjał grawitacyjny²⁾, która spełniałaby w odpowiedni sposób wypowiedziany wyżej warunek O'Keefe wyszedł z wzoru na rozwinięcie potencjału grawitacyjnego w przestrzeni zewnętrznej, podanego przez Jeffreysa [2]:

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{r^{n+1}} S_n(\Phi, \lambda) \quad (6)$$

gdzie

- r — odległość przyciąganego elementu od środka masy przyciągającej,
- Φ — szerokość geocentryczna,
- λ — długość geograficzna,
- S_n — funkcja harmoniczna kulista stopnia n
- A_n — współczynnik liczbowy określający ilościowo n -ty człon szeregu.

Funkcja harmoniczna kulista jest to funkcja spełniająca równanie Laplace'a:

$$\frac{\partial^2 S_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S_n}{\partial z^2} = 0$$

Rozwinięcie w szereg funkcji kulistych na kuli odpowiada rozwinięciu w szereg Fouriera na płaszczyźnie. W obydwu wypadkach wyraz zerowego stopnia przedstawia średnią wartość funkcji, dalsze zaś wyrazy przedstawiają odchylenia o charakterze harmonicznym od średniej wartości. Suma odchyleń określonych n -tym wyrazem szeregu po całej powierzchni kuli = 0.

Funkcja zależna tylko od zmiennej Φ nazywana jest funkcją strefową P_n i ma wartość stałą wzdłuż równoleżników. Funkcje P_n nazywamy funkcjami lub wielomianami Legendre'a; przybierają one postać:

n	P_n
0	1
1	$\sin \Phi$
2	$\frac{3}{2} \sin^2 \Phi - \frac{1}{2}$
3	$\frac{5}{2} \sin^3 \Phi - \frac{3}{2} \sin \Phi$
4	$\frac{1}{8} (35 \sin^4 \Phi - 30 \sin^2 \Phi + 3)$

Wyrazy będące funkcją również i długości λ noszą nazwę funkcji tesseralnych i sektorialnych, jednakże w przypadku naszego rozumowania nie będą one brane pod uwagę. Ziemia w stosunku do płaszczyzny orbity sztucznego satelity porusza się szybkim ruchem obrotowym dookoła swej osi, przeto wszystkie wpływy zależne od długości geograficznej całkowicie się w sposób naturalny i ujawniają w postaci średniej dla danego równoleżnika. Wobec tego we wzorze (6) założono obecność jedynie harmonik strefowych:

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_{n0}}{r^{n+1}} P_n(\Phi) \quad (7)$$

gdzie P_n — wielomiany Legendre'a.

²⁾ Pod pojęciem potencjału grawitacyjnego będziemy rozumieć jedynie potencjał wywołany newtonowskimi siłami przyciągania z pominięciem działania siły odśrodkowej, wywołanej ruchem obrotowym Ziemi.

We wzorze tym wyraz stopnia pierwszego będzie równy zeru, przy założeniu, że środek układu współrzędnych pokrywa się ze środkiem masy. Założenie takie w przypadku Ziemi jest dla układu współrzędnych Φ i λ dostatecznie bliskie prawdy, aby we wzorze (7) wyraz stopnia pierwszego mógł być pominięty. Wyraz stopnia zerowego przedstawia średni potencjał Ziemi, to jest jak gdyby cała masa Ziemi była skupiona w jej środku. Dalsze wyrazy reprezentują potencjał perturbacyjny wynikający z niekulistości Ziemi, przy czym wyrazy stopni parzystych mogą być uważane za funkcję elipsoidalnego spłaszczenia, zaś wyrazy stopni nieparzystych mówią o niesymetrycznym rozkładzie potencjału względem płaszczyzny równika. Te ostatnie z uwagi na traktowanie Ziemi jako figury równowagi były przyjmowane dotychczas za praktycznie równe zeru.

Ponieważ z powodu wzrastających potęg r w mianowniku dalsze wyrazy szeregu (7) szybko dążą do zera, O'Keefe w swoim rozumowaniu ograniczył się do wzoru stopnia piątego.

W oparciu o formułę (7) wyprowadzone zostały wzory na zmiany elementów orbity w funkcji współczynników $A_{2,0}$, $A_{3,0}$, $A_{4,0}$, $A_{5,0}$. Wyrazy stopnia drugiego i czwartego powodowały zmiany wiekowe rektascenzji węzła wstępującego Ω oraz argumentu perigeum ω , zaś wyrazy stopnia trzeciego i piątego zmiany okresowe mimośrodu e i dodatkowo zmiany okresowe dwóch poprzednich elementów, z okresem równym okresowi obiegu perigeum dookoła środka Ziemi.

Aby można porównywać wartości elementów obliczonych z obserwacji z tymi samymi wartościami wynikającymi z teorii pola grawitacyjnego, należało jeszcze oczyścić obserwacje od wszelkich innych wpływów, a przede wszystkim od wpływów hamującego działania atmosfery. Z uwagi na wysoki pułap Vanguarda wpływ ten był stosunkowo niewielki i dawał się opisać stosunkowo nieskomplikowaną funkcją. Do wyznaczenia tej funkcji posłużono się zaobserwowanymi zmianami wartości n — ruchu średniego jako wielkości mało zależnej od struktury pola grawitacyjnego. Następnie uwzględniono wpływ tak znanego oporu atmosfery na wielkości e , ω , Ω . Otrzymano w ten sposób wzory:

$$\begin{aligned} e + \Delta e &= e_0 + C_e \sin \omega \\ \omega + \Delta \omega &= \omega_0 + \dot{\omega}_0 (t - t_0) + C_\omega \cos \omega \\ \Omega + \Delta \Omega &= \Omega_0 + \dot{\Omega}_0 (t - t_0) + C_\Omega \cos \omega \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie

e, ω, Ω — wartości obliczone z obserwacji

$\Delta e, \Delta \omega, \Delta \Omega$ — wpływ oporu atmosfery

e_0, ω_0, Ω_0 — wartości na epokę początkową

$\dot{\Omega}_0, \dot{\omega}_0 (t - t_0), (t - t_0)$ — zmiany wiekowe

$C_e \sin \omega, C_\omega \cos \omega, C_\Omega \cos \omega$ — zmiany okresowe

Na podstawie zmian wiekowych wartości ω i Ω , będących funkcją członów rzędów parzystych wzoru (7), obliczono — rozwiązując układ równań z dwiema niewiadomymi — współczynniki $A_{2,0}$ i $A_{4,0}$. Wynoszą one:

$$A_{2,0} = -17,555 \pm 0,001 \text{ Mm}^6 \text{ ksek}^{-2}$$

$$A_{4,0} = +1,12 \pm 0,04 \text{ Mm}^7 \text{ ksek}^{-2}$$

Odpowiada to wartości spłaszczenia Ziemi $\frac{1}{e} = 298,24$.

Do obliczenia $A_{3,0}$ i $A_{5,0}$ użyto zmian okresowych wartości e, ω i Ω . Otrzymano w ten sposób trzy równania z dwiema niewiadomymi, które po rozwiązaniu metodą najmniejszych kwadratów dały

$$A_{3,0} = +0,25 \pm 0,03 \text{ Mm}^6 \text{ ksek}^{-2}$$

$$A_{5,0} = +0,2 \pm 0,3 \text{ Mm}^8 \text{ ksek}^{-2}$$

Ostatnia wartość jak widać jest mniejsza od swego średniego błędu, wobec czego autor obliczeń nie wprowadza jej do dalszego rozumowania.

Aby otrzymać pełny wzór na potencjał Ziemi w przestrzeni zewnętrznej, O'Keefe poszukuje jeszcze jego pierwszego wyrazu $A_{0,0} = k \cdot M$, gdzie

k — stała grawitacyjna,
 M — masa Ziemi.

³⁾ Mm — megametr = $m \cdot 10^6$,
ksek — kilosekunda = $\text{sek} \cdot 10^3$.

Obliczając go zupełnie inną metodą z obserwacji ruchu Księżyca otrzymuje:

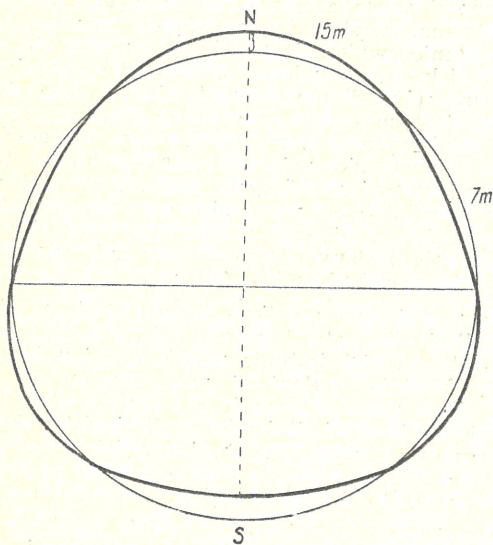
$$A_{0,0} = 398,618 \text{ Mm}^2 \text{ ksek}^{-2}$$

Tak więc ostateczny wzór na potencjał Ziemi według O'Keefe będzie miał postać

$$U = \frac{398,618}{r} - \frac{17,555}{r^3} P_2 + \frac{0,25}{r^4} P_3 + \frac{1,12}{r^5} P_4 \quad (9)$$

w jednostkach $\text{Mm}^2 \text{ ksek}^{-2}$

Jak już powiedziano wyżej, obecność we wzorze (9) wyrazu trzeciego stopnia świadczy o niesymetryczności grawitacyjnego pola potencjalnego Ziemi względem płaszczyzny równika. Niesymetryczność ta powstaje przez nałożenie się funkcji P_3 na powierzchnię sferoidy reprezentowanej przez pozostałe człony wzoru (9). Otrzymamy wówczas powierzchnie ekwipotencjalne o z lekką gruszkowatym kształ-



Rys. 3

cie. Znak plus przy współczynniku $A_{3,0}$ wskazuje, że cieńszy koniec „gruszki” znajduje się na biegunie północnym, spłaszczony — na południowym. Taki też kształt będzie miała quasigeoida, której równaniem — przy założeniu $U = U_0$ — będzie równanie (9). Wartość zerową funkcja P_3 przyjmuje na równiku i przy $\varphi \cong \pm 50^\circ$. Podobnie jak potencjał przedstawić można w postaci sumy szeregu przyspieszenia powierzchniowe

$$g = \sum_{n=0}^{\infty} g_{n,0} P_n(\vartheta)$$

$$g_{3,0} = 4,7 \pm 0,4 \text{ mgal}$$

stąd możemy obliczyć odstęp maksymalny

$$h_{3,0} \cong 15 \text{ m}$$

Wartość $g_{3,0}$ możemy uważać za anomalię grawimetryczną w miejscu, gdzie funkcja P_3 osiąga maksimum, to znaczy na biegunach względem figury opisanej wzorem (9) bez wyrazu trzeciego rzędu. Figura taka spełniałaby warunki figury równowagi. Bezwzględna wartość tej anomalii jest niewielka, należy pamiętać jednak, że rozkłada się ona — zgodnie z przebiegiem funkcji P_3 — na dużym obszarze.

Dotychczas pole grawitacyjne Ziemi badane było, poza astronomiczną metodą obserwacji Księżyca, za pomocą naziemnych pomiarów bezwzględnych i względnych. Całe

wielkie obszary powierzchni Ziemi nie zostały jeszcze zbada- dane, zwłaszcza półkula południowa. Na podstawie dotychczas zebranych materiałów sformułowana została przez Heiskanena i Vening-Meinesza (tak zwana podstawowa hipoteza geodezji o figurze Ziemi [1]). Według tej hipotezy kształt Ziemi jest bardzo zbliżony do kształtu, jaki przyjmuje idealnie plastyczna masa pod działaniem siły przyciągania i siły odśrodkowej wywołanej obrotem dookoła osi, czyli tak zwane figury równowagi. Odchylenia od tego kształtu wyrażone przez średnią anomalię grawitacyjną z pewnego obszaru, pomnożoną przez powierzchnię tego obszaru, nie powinny przekraczać wartości 30 mgal. Mm^2 . Tymczasem wartość otrzymana z formuły O'Keefa jest znacznie większa, wynosi bowiem dla każdego z obszarów biegunowych około 150 mgal. Mm^2 , a dla obszarów w średnich szerokościach jeszcze więcej. Świadczyłoby to o znacznie większej sztywności całej bryły Ziemi lub jej wierzchnich warstw — płaszcza niż to było przyjmowane dotychczas.

Wyjaśnienie zagadki powstania i utrzymywania się tych dość znacznych nierównomierności w rozmieszczeniu masy Ziemi, należy pozostawić geofizykom. Nasuwa się jednak pewien wniosek pozostający w związku z nie skrytaliczowaną jeszcze ostatecznie teorią izostazji. Otóż w obszarach, gdzie powierzchnia naszej „gruszki” znajduje się poniżej sferoidy, mieści się około 60% wszystkich łądów. Wynika stąd, że w obszarach zajętych przez kontynenty zaznacza się znaczny niedobór masy w porównaniu z obszarami oceanów. Wiadomo, iż na skutek erozji pewne ilości masy stale są przenoszone z obszarów lądowych do morskich. Jeżeli skorupa ziemska jest dość sztywna, przemieszczenia te nie są kompensowane przemieszczeniami wewnętrznymi i z biegiem czasu stan równowagi izostaticznej, który mógł istnieć w jakimś początkowym okresie formowania się płaszcza, uległby zakłóceniu.

Mimo iż do odkrycia ogłoszonego przez O'Keefe i współpracowników tak, jak do każdej nie sprawdzonej nowiny, należy podchodzić z naukową ostrożnością, wydaje się, że wyciągnięte przez nich wnioski zasługują na zaufanie. Po pierwsze: oparte są na bardzo dokładnych obserwacjach fotograficznych, wykonywanych za pomocą doskonałej aparatury; po drugie: interpretacja zjawiska i podejście matematyczne jest bezbłędne i wydaje się być jedynie trafne; po trzecie wreszcie wszystkie wyznaczane i obliczane wartości, jak na przykład zmiana okresowa e , zmiana okresowa ω , czy wreszcie sam współczynnik $A_{3,0}$ były znacznie większe od swoich błędów średnich, tak, że nie ma mowy o działaniu jakichś czynników przypadkowych. Okres, z którego obserwacje były brane pod uwagę, liczył około 300 dni, a więc materiał był obszerny i rozłożony w czasie. Niemniej do sprawdzenia słuszności twierdzenia O'Keefe konieczne są dalsze badania tak środkami astronomicznymi za pomocą sztucznych satelitów, jak i metodami grawimetrycznymi.

Wzór na potencjał podany przez O'Keefe nie nadaje się do praktycznego wykorzystania, na przykład do obliczenia g w dowolnym punkcie, ponieważ pomija wpływ funkcyjny długości geograficznej. Wartość U określona przez (9) jest wartością średnią dla równoleżnika o danym φ . Ma jednak duże znaczenie teoretyczne, gdyż wskazuje na pewne zjawiska, których obecności się nie spodziewano.

LITERATURA

- [1] W. Heiskanen, F. Vening Meinesz (1958) *The Earth and Its Gravity Field*.
- [2] H. Jeffreys — *The Earth* (1952)
- [3] Cz. Kamela — *Geodezja dynamiczna* (1953).
- [4] J. O'Keefe, A. Eckels, R. K. Squires — *The Gravitational Field of the Earth*. The Astronomical Journal 1956—64 nr 1272.
- [5] J. O'Keefe, A. Eckels, R. K. Squires — *Vanguard Measurements Give Pear — Shaped Component of Earth's Future*. Science 1959 — 129 nr 3340.
- [6] M. Rudzki — *Astronomia teoretyczna* (1914).