

i mierząc  $g$ , otrzymamy równanie obserwacyjne, w którym niewiadomymi będą dalsze współczynniki  $a_{ns}$ ,  $b_{ns}$  /  $n_2 \gg n > n_1$ ,  $n_2 = s_2 > s$  /:

$$g = g_0 \left( a_{00} + [A_{ns}]_{\substack{n \leq n_1 \\ s \leq s_1}} + [A_{ns}]_{\substack{n_1 < n \leq n_2 \\ s_1 < s \leq s_2}} \right) \quad /10/$$

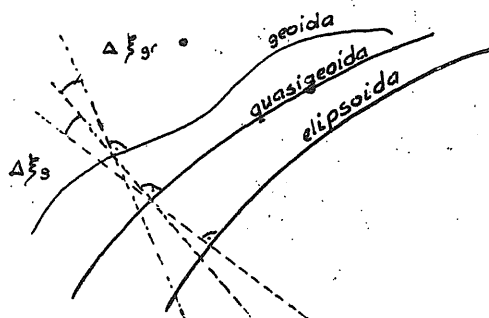
gdzie  $[A_{ns}]$  suma funkcji kulistych wraz ze współczynnikami, przy czym pierwsza z tych sum składa się z wyrazów wiadomych, druga zawiera niewiadome. Znalezione stąd wartości  $a_{ns}$  i  $b_{ns}$  dla  $n > n_1$  będą ważne również dla obszarów niepomierzonych, a to na mocy warunku wiążącego wartości  $P_{ns}$  wszystkich punktów na Ziemi, a wynikającego z definicji funkcji kulistych:

$$\int_0^S P_{ns} dS = 0 \quad /11/$$

$S$  - powierzchnia kuli

Bliższa znajomość postaci powierzchni reprezentującej kształt Ziemi pozwala na postawienie następnego kroku w teorii pomiarów stopnia. Możemy obecnie pokusić się o wyznaczenie parametrów bardziej skomplikowanej powierzchni, której wzór ogólny i niektóre jego współczynniki są znane. Praktycznie da się to realizować drogą odpowiedniego obliczania wartości  $\eta$  i  $\xi$ , jako odchyleń między linią pionu i normalną do tej powierzchni.

Można jednak wykorzystać tę znajomość i wtedy, gdy będziemy poszukiwać konwencjonalnej powierzchni elipsoidy. Wiadomo, iż pomiary geodezyjno-astronomiczne z konieczności ograniczone są zawsze do pewnego fragmentu powierzchni Ziemi, większego lub mniejszego. Aby zmniejszyć jak najbardziej błąd wynikający z tej fragmentaryczności pomiarów, należałoby przy wyznaczaniu elipsoidy uwzględniać te znane wcześniej regionalne odchylenia od elipsoidalności. Nie jest to to samo, co wprowadzanie grawimetrycznych poprawek do odchyleń pionu, ponieważ te ostatnie uwzględniają głównie lokalne zafałdowania geoidy, spowodowane przez masy rozmieszczone stosunkowo blisko. Wprowadzone do wyrównania wartości  $\eta$  i  $\xi$  będą miały postać:



$$\xi = \varphi - B - \Delta \xi_{gr} - \Delta \xi_s \quad /12/$$

gdzie

$\varphi$  - szerokość astronomiczna

$B$  - szerokość geodezyjna

$\Delta \xi_{gr}$  - poprawka grawimetryczna

$\Delta \xi_s$  - poprawka spowodowana regionalnymi zafałdowaniami quasigeoidy

Przy takim zdefiniowaniu wielkości  $\eta$  i  $\xi$  możemy stosować warunek  $\sum(\xi^2 + \eta^2) = \min$  ze znacznie mniejszym ryzykiem, że najlepiej przylegająca w mierzonym obszarze elipsoida odbiegnie od elipsoidy właściwej dla całej Ziemi.

Spróbujmy na przykładzie elipsoidy Krasowskiego pokrótce prześledzić jaki wpływ na wyniki pomiarów stopnia może mieć uwzględnienie obecności harmoniki kulistej 3-go stopnia czyli tzw. "gruszkę O'Keefe'a", którą nazwiemy powierzchnią  $\Gamma$ .

Jeżeli pomiary wykonywane były na powierzchni  $\Gamma$ , a zredukowane na elipsoidzie  $E$  i dały dla elipsoidy pewną określoną wartość spłaszczenia  $\alpha = 1/298,3$ , to znaczy, że w pewnym przedziale szerokości /tym w którym robiono pomiary/krzywizna przekroju południkowego pow.  $\Gamma$  zgadza się z krzywizną elipsoidy  $E$ . Możemy z uproszczeniem wyobrazić sobie, że " $\Gamma$ " powstanie przez nałożenie się trzeciej harmoniki kulistej  $P_3$  na powierzchnię elipsoidalną. Ta powierzchnia byłaby poprawną poszukiwaną elipsoidą, którą oznaczmy  $E_1$ .

Tak więc

$$E_1 + P_3 = \Gamma$$

gdzie  $E_1$ ,  $P_3$ ,  $\Gamma$  są funkcjami współrzędnych biegunowych  $\phi$ ,  $\lambda$ ,  $\gamma$ .

Ponieważ  $\kappa_{E_{40} < \varphi < 50} = \kappa_{\Gamma_{40} < \varphi < 50}$

to  $\kappa_E - \Delta \kappa_{P_3} = \kappa_{E_1}$

Krzywizna elipsoidy w punkcie o danej szerokości jest funkcją jej spłaszczenia  $\alpha$ , przeto mając znane  $\alpha_E$  znamy  $\kappa_E$ . Możemy także obliczyć przyrost krzywizny  $\Delta \kappa_{P_3}$  spowodowany nałożeniem się na elipsoidę powierzchnię  $P_3$ . Obliczając z drugiej strony przyrost krzywizny w funkcji  $\alpha$  znajdziemy:

$$\alpha_{E_1} = \alpha_E - \frac{d\alpha}{d\kappa} \cdot \Delta \kappa_{P_3} \quad /13/$$

Dla obliczenia  $\Delta \kappa_{P_3}$  wyjdźmy z wzoru O'Keefe'a na ziemski potencjał grawitacyjny:

$$U = \frac{A_{00}}{r} + \frac{A_{20}}{r^3} p_2 + \frac{A_{30}}{r^4} p_3 + \frac{A_{40}}{r^5} p_4 \quad /14/$$

Jeśli przyjmiemy  $A_{30} = 0$  otrzymamy powierzchnię dosyć zbliżoną do elipsoidy /pod warunkiem, że zachodzi określony związek funkcyjny zgodny z podanymi niżej wzorami, między współczynnikami  $A_{20}$  i  $A_{40}$ /:

$$U = \frac{A_{00}}{r} + \frac{A_{20}}{r^3} p_2 + \frac{A_{40}}{r^5} p_4 \quad /15/$$

gdzie

$$A_{00} = f \cdot M$$

$$A_{20} = -\frac{2}{3} f \cdot M \cdot J \cdot a^2$$

$$A_{40} = \frac{8}{35} f \cdot M \cdot D \cdot a^4$$

zaś J i D są Jeffreysowskimi współczynnikami

$$J = \alpha - \frac{1}{2} m + \alpha \left( \frac{1}{2} m - \frac{1}{2} \alpha \right)$$

$$D = \frac{7}{2} \alpha^2 - \frac{5}{2} m \alpha$$

gdzie

$$m = \frac{\omega^2 a^3 (1 - \alpha)}{f M}$$

Dla  $\alpha = \frac{1}{298,3}$  i  $a = 6,378245$  otrzymujemy wartości:

$$m = +0,0034497$$

$$J = +0,0016234$$

$$D = +0,0000104$$

Chcąc znaleźć współczynniki do wzoru /15/ napiszemy go w postaci:

$$\frac{A_{00}}{U r} + \frac{A_{20}}{U r^3} p_2 + \frac{A_{40}}{U r^5} p_4 = 1 \quad /16/$$

i oznaczając  $\frac{A_{10}}{U} = B_1$  mamy:

$$B_0 = \frac{f \cdot M}{U} \quad /17a/$$

$$B_2 = -\frac{2}{3} B_0 J a^2 \quad /17b/$$

$$B_4 = \frac{8}{35} B_0 D a^4 \quad /17c/$$

$B_0$  możemy znaleźć z wzoru Jeffreysa:

$$\frac{U}{f M} = \frac{1}{a} \left( 1 - \frac{2}{3} J p_2 + \frac{8}{35} D p_4 \right) \quad /18/$$

Przyjmując  $\phi = 0$

dla naszych wartości  $\alpha$  i  $a$  będzie:

$$B_0 = 6,374790$$

$$B_2 = -0,2806564$$

$$B_4 = +0,0250806$$

Obliczymy obecnie krzywiznę przekroju południkowego dwukrotnie, raz przy założeniu  $B_3 = 0$ , drugi przy  $B_3 = +0,003998$  co odpowiada wyznaczonej przez O'Keefe'a wartości  $A_{30} = +0,25$

$$\kappa = \frac{r^2 + 2r'^2 - rr''}{r^2 + r'^2} \quad /19/$$

$r'$  i  $r''$  wyliczymy z wzoru /14/, który napiszemy w postaci:

$$r^5 = B_0 r^4 + B_2 r^2 p_2 + B_3 r p_3 + B_4 p_4 \quad /20/$$

$$r' = \frac{B_2 r^2 p_2' + B_3 r p_3' + B_4 p_4'}{5 r^4 - 4B_0 r^3 - 2B_2 r p_2 - B_3 p_3} \quad /21/$$

oraz po odrzuceniu w liczniku wyrazów małych rzędu  $(r')^2$

$$r'' = \frac{2B_2 r r' p_2' + B_2 r^2 p_2'' + B_3 r p_3'' + B_4 p_4'' - 2B_0 r^3 r' - 12B_0 r^2 r' - 2B_2 r p_2' - B_3 p_3' / r'}{5 r^4 - 4B_0 r^3 - 2B_2 r p_2 - B_3 p_3} \quad /22/$$

Funkcje Legendre'a i ich pochodne wyrażają się formułami:

$$p_2 = \frac{3}{2} \sin^2 \phi - \frac{1}{2}; \quad p_2' = \frac{3}{2} \sin 2\phi; \quad p_2'' = 3 \cos 2\phi \quad /23a/$$

$$\left. \begin{aligned} p_3 &= \frac{1}{2} / 5 \sin^3 \phi - 3 \sin \phi /; \quad p_3' = \frac{3}{2} \cos \phi / 5 \sin^2 \phi - 1/; \\ p_3'' &= -\frac{3}{2} \sin \phi / 10 \cos^2 \phi - 5 \sin^2 \phi + 1/ \end{aligned} \right\} \quad /23b/$$

$$\left. \begin{aligned} p_4 &= \frac{1}{8} / 35 \sin^4 \phi - 30 \sin^2 \phi + 3/; \quad p_4' = \frac{5}{2} \cos \phi (7 \sin^3 \phi - 3 \sin \phi) \\ p_4'' &= -\frac{5}{2} \sin^2 \phi / 7 \sin^2 \phi - 3/ + \frac{15}{2} \cos^2 \phi / 7 \sin^2 \phi - 1/ \end{aligned} \right\} \quad /23c/$$

Podstawiając wartości liczbowe znajdujemy dla  $\phi = 40^\circ$  i  $\phi = 50^\circ$ :

|         | $\phi = 40^\circ$ | $\phi = 50^\circ$ |
|---------|-------------------|-------------------|
| $p_2$   | + 0,1197638       | + 0,3802360       |
| $p_2'$  | + 1,4772117       | + 1,4772117       |
| $p_2''$ | + 0,5209446       | - 0,5209446       |
| $p_3$   | - 0,3002206       | - 0,0252336       |
| $p_3'$  | + 1,2247665       | + 1,8648426       |
| $p_3''$ | + 4,6303469       | + 2,5252334       |
| $p_4$   | - 0,4275346       | - 0,3190045       |
| $p_4'$  | - 0,1326649       | + 1,3636726       |
| $p_4''$ | + 8,4393692       | + 8,0052490       |

przy założeniu  $B_3 = 0$

|          |             |             |
|----------|-------------|-------------|
| $r$      | 6,373957    | 6,372157    |
| $r'$     | - 0,0102094 | - 0,0101981 |
| $r''$    | - 0,0035368 | + 0,0036604 |
| $\kappa$ | + 0,1569757 | + 0,1568428 |

przy założeniu  $B_3 = +0,003998$

|     |          |          |
|-----|----------|----------|
| $r$ | 6,373952 | 6,372157 |
|-----|----------|----------|

$$\phi = 40^\circ$$

$$\phi = 50^\circ$$

|        |            |            |
|--------|------------|------------|
| $r'$   | -0,0101903 | -0,0101693 |
| $r''$  | -0,0034630 | +0,0037000 |
| $\chi$ | +0,1569743 | +0,1568419 |

Tak więc  $\Delta \chi_{p_3}$  wynosi dla  $\phi = 40^\circ$   $-14 \cdot 10^{-7}$   
dla  $\phi = 50^\circ$   $-9 \cdot 10^{-7}$

Choć znaleźć przyrost krzywizny w funkcji spłaszczenia wyjdziemy ze wzoru na krzywiznę południka:

$$\chi = \frac{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}{a(1 - e^2)} \quad /24/$$

gdzie  $e$  mimośrodek elipsy  $= \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$

Rozwijając licznik w szereg potęgowy mamy:

$$\chi = \frac{(1 - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi + \frac{3}{2} e^4 \sin^4 \varphi \dots)}{a(1 - e^2)}$$

Różniczkując i odrzucając wyrazy rzędu  $e^4$  mamy:

$$d\chi = \frac{e(2 - 3 \sin^2 \varphi) + \frac{3}{2} e^3 \sin^4 \varphi}{a(1 - e^2)^2} de \quad /25/$$

Ponieważ

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2$$

i

$$de = \frac{1 - \alpha}{e} d\alpha$$

to

$$d\chi = \frac{(2 - 3 \sin^2 \varphi + \frac{3}{2} e^2 \sin^4 \varphi)(1 - \alpha)}{a(1 - e^2)^2} d\alpha$$

Podstawiając

$$e^2 \approx 2\alpha$$

mamy

$$d\chi = \frac{(2 - 3 \sin^2 \varphi + 3\alpha \sin^4 \varphi)(1 - \alpha)}{a(1 - 2\alpha)^2} d\alpha$$

z czego

$$\Delta \alpha = \frac{a(1 - 2\alpha)^2 \Delta \chi}{(2 - 3 \sin^2 \varphi + 3\alpha \sin^4 \varphi)(1 - \alpha)} \quad /26/$$

Biorąc  $\Delta \chi = -14 \cdot 10^{-7}$  dla  $\phi = 40^\circ$  i  $\Delta \chi = -9 \cdot 10^{-7}$  dla  $\phi = +50^\circ$  i uwzględniając różnicę

$$(\varphi - \phi)'' = \rho'' \cdot \alpha \sin 2\varphi$$

otrzymujemy dla  $\phi = 40^\circ$   $\Delta \alpha = -0,0000118$  i poprawioną wartość spłaszczenia:

$$\alpha_{E_1} = 0,0033523 + 0,0000118 = 0,0033641 = \frac{1}{297,26}$$

dla  $\phi = 50^\circ$   $\Delta \chi = -0,0000243$

$$\alpha_{E_1} = 0,0033523 + 0,0000243 = 0,0033766 = \frac{1}{296,16}$$

Zmiana  $\Delta \chi(p_3)$  wzrasta w funkcji  $\varphi$  inaczej niż zmiana  $\Delta \chi(\alpha)$ . Ta ostatnia w pobliżu wartości  $\varphi = 55^\circ$  jest nieczuła na wariacje  $\alpha$  i mniejsza niż przy  $\phi = 40^\circ$  wartość  $\Delta \chi$  daje większe  $\Delta \alpha$ . Biorąc to pod uwagę, możemy osenić, że elipsoida, którą otrzymanoby z tych samych pomiarów co elipsoidę Krassowskiego, lecz z uwzględnieniem wyrazu  $p_3$ , miała by spłaszczenie bliskie  $\frac{1}{297}$ .

Wniosek ten odnosi się jedynie do wyników pomiarów i obliczeń, z których otrzymano elipsoidę Krassowskiego. Ogólnie biorąc, wyznaczenia satelitarne wskazują, że spłaszczenie Ziemi jest bardzo bliskie właśnie wartości  $\frac{1}{298,3}$ , czyli tej, którą podaje Krassowski. Można uznać, że zbieżność ta jest spowodowana obecnością błędów systematycznych i przypadkowych metody geometrycznej oraz, że w związku z tym poprawki wymaga również wartość  $\rho$  a.

Poza tymi przykładami jednokierunkowego oddziaływania jednej metody na drugą, mamy do czynienia z powiązaniami wzajemnymi dwu i trzystronnymi. I tak Heiskanen i Vening-Meinesz [7] jeszcze przed pojawieniem się metod satelitarnych, przedstawili myśl utworzenia jednolitego światowego układu geodezyjnego w oparciu o obserwacje astronomiczne, geodezyjne i grawimetryczne. Zasadniczą ideą tego projektu było wykorzystanie wyznaczonych grawimetrycznie absolutnych odchyleń pionu, jako poprawek do współrzędnych astronomicznych. Idąc tą drogą I. Fischer [3], a następnie W. Kaula [13] wyznaczyli rozmiary Ziemi oraz wzajemne relacje trzech wielkich układów triangulacyjnych: amerykańskiego, euro-azjatyckiego i dalekowschodniego.

W roku 1961 Kaula [15] podjął próbę znalezienia parametrów geoidy, a także wspólnego układu współrzędnych dla kontynentalnych układów triangulacyjnych, na podstawie wyników uzyskanych trzema omawianymi metodami. Rezultatem tej pracy było wyrażenie na kształt geoidy w postaci wzoru będącego rozwinięciem funkcji kulistych do ósmego stopnia, wartość promienia równikowego  $a$  oraz wzajemnie odniesione pozycje trzech głównych układów geodezyjnych. Sposób postępowania był następujący: wyniki otrzymano z różnych metod Kaula ujął w postać 196 "obserwacji" podlegających wyrównaniu. Do wyrównania wprowadzono 122 warunki, w efekcie czego uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów otrzymano poprawki do wszystkich "obserwacji" oraz 11 niewiadomych. "Obserwacje" utworzone zostały następująco: dane grawimetryczne posłużyły do wyliczenia 81 współczynników funkcji kulistych, stopni od zera do ósmego. Te 81 współczynników stanowiło "obserwacje" grawimetryczne. Z danych astrogeodezyjnych obliczono odstęp  $N$  dla jednostkowych obszarów  $10^\circ \times 10^\circ$  /na terenach pokrytych pomiarami/, poczym utworzono różnice  $\Delta N$  między przyległymi kwadratami, co dało następne 106 "obserwacji". Trzy dalsze "obserwacje" powstały z porównania odstępów  $N$  wyliczonych z sieci euroazjatyckiej i dalekowschodniej, na ich styku wzdłuż rzeki Amur. Wreszcie 6 ostatnich "obserwacji" to ruch wiekowy i okresowy węzła i perigeum oraz zmiana okresowa mimośrodoru orbity satelity 1958  $\beta$  /Vanguard 1/ i ruch wiekowy węzła orbity satelity 1957  $\beta$  /Sputnik 2/. Jedenastoma dodatkowymi niewiadomymi były: promień równikowy elipsoidy ziemskiej  $a$ , jej spłaszczenie i po trzy współrzędne początków trzech ww. układów geodezyjnych. Warunki zostały sformułowane następująco: 106 warunków na  $\Delta N$  astrogeodezyjne, które muszą się równać różnicom wyliczonym z harmonik kulistych; 6 warunków na zmiany parametrów orbit satelitów, które muszą się równać zmianom wynikającym z harmonik; 3 warunki dla styku sieci euroazjatyckiej i dalekowschodniej; sześć dodatkowych warunków na harmoniki niskich rzędów /10, 11, 21, 20/, które nie wchodziły do obliczenia  $\Delta N$  i nie były tam warunkowane; jeden warunek wiążący wartość  $a$  z  $N_{gr}$  i  $N_{astr}$ .

Wyniki otrzymane przez Kaulę są następujące:

$$a = 6378163 \text{ m} \pm 15$$

$$\alpha^{-1} = 298,24 \pm 0,01$$

$$\gamma_e = 978043,6 \pm 1,0 \text{ mgl}$$

Harmoniki strefowe wg symboliki użytej w tabeli 3:

|       |                        |                     |
|-------|------------------------|---------------------|
| $J_2$ | $= + 1082,61 \pm 0,06$ | $\times 10^{-6}$    |
| $J_3$ | $= - 2,05$             | $10 \times 10^{-6}$ |
| $J_4$ | $= - 1,43$             | $06 \times 10^{-6}$ |
| $J_5$ | $= + 0,08$             | $11 \times 10^{-6}$ |
| $J_6$ | $= + 0,20$             | $05 \times 10^{-6}$ |

Jednakże taka metoda "jédnego kotła" może budzić pewne zastrzeżenia. Np. Kaula stawia na jednej płaszczyźnie wyniki pomiarów grawimetrycznych obejmujących ok. 20% powierzchni kuli ziemskiej, z wynikami obserwacji satelitów będących jaknajpełniej reprezentatywnymi dla całej Ziemi. Dalej, wzajemne uwarunkowanie przenosi błędy ze słabszych punktów /np. sieć dalekowschodnia obejmująca obszar o mocnym pofałdowaniu geoidy/ na wielkości, które można wyznaczyć niezależnie z wysoką dokładnością, np. spłaszczenie z ruchu satelitów.

Dlatego racjonalnym wydaje się wprowadzenie hierarchii obserwacji, zależnie od możliwości będących w zasięgu danej metody. W pierwszym rzędzie, wykorzystując obserwacje sztucznych satelitów, można wyznaczyć ogólny kształt geoidy /quasigeoidę/. Odpowiedź na pytanie, jak daleko należy się posuwać w wyznaczaniu tą metodą kolejnych wyrazów rozwinięcia, zależy oczywiście od aktualnych możliwości technicznych /nowe satelity/, obserwacyjnych i obliczeniowych. W chwili obecnej np.  $J_2$  jest znane z dokładnością wystarczająco wysoką, aby można je uznać za stałe przy wyrównaniu pomiarów grawimetrycznych. Zakładając wprowadzenie na orbity specjalnych "grawimetrycznych" satelitów, można spodziewać się, że potrafimy wyznaczyć z dużym stopniem pewności harmoniki piątego stopnia tak w funkcji  $\phi$  jak i  $\lambda$ . Wprowadzając do obliczeń te wartości jako stałe, możemy zgodnie z wzorem /10/ wyznaczyć współczynniki dla wyrazów wyższych rzędów, nawet z niepełnego materiału grawimetrycznego. Tu już można wprowadzić warunkowanie. W wyznaczonych grawimetrycznie i astrogeodezyjnie, co będzie miało wpływ tylko na rozrzucenie błędów obserwacyjnych. Mając ustalony kształt powierzchni, można przystąpić do znalezienia jej wymiarów, przy czym może tu chodzić o znalezienie parametrów elipsoidy, zgodnie z wzorem /12/, bądź powierzchni bardziej skomplikowanej wyższego stopnia. Taki sposób postępowania byłby zgodny z geodezyjną zasadą "od ogółu do szczegółu", oraz z drugą, aby obserwacjami mniej dokładnymi nie psuć dokładniejszych.

#### L i t e r a t u r a

1. "A new determination of the figure of the Earth from ares" B.Chovitz, I.Fischer; Trans. Amer.Geophys.Union 1956 37
2. "Developments in dynamical geodesy" A.H.Cook; The Geophys.Jour. of RAS 1959 2 Nr 3
3. "A tentative World Datum from geoidal heights based on the Hough ellipsoid and the Columbus geoid" I.Fischer; Jour. of Geophys. Res. 1959 64 Nr 1
4. "The Hough ellipsoid" I.Fischer; Bull.Geod. 1959 a nr 54
5. "The present extend of astro-geodetic geoid" I.Fischer; Bull.Geod. 1961 nr 61
6. "The latest achievements of physical geodesy" W.A.Heiskanen; Jour. of Geophys. Res. 1960 65 Nr 9
7. "The Earth and its gravity field" W.A.Heiskanen, F.A.Vening-Meinesz; Mc Graw-Hill 1958
8. "Is the Earth a triaxial ellipsoid" W.A.Heiskanen; Jour. of Geophys. Res. 1962 67 Nr 1
9. "A determination of the ellipticity of the Earth's equator" I.G.Izsak; The Astron.Jour. 1961 66 Nr 5
10. "The Earth" H.Jeffreys; Cambridge University Press 1959
11. "Wyznaczenie geoidy z pomiarów grawimetrycznych" Cz.Kamela; Prace G I N B 1950 Nr 9
12. "Geodezja Dynamiczna" Cz.Kamela; PPWK 1955
13. "Reconciliation of Stokes function and astro-geodetic geoid determination" W.M.Kaula; Jour. of Geophys. Res. 1959 64 Nr 1
14. "Statistical and harmonic analysis of gravity" W.M.Kaula; Jour. of Geophys. Res. 1959 64 Nr 12
15. "A geoid and world geodetic system based on a combination of gravimetric, astrogeodetic and satellite data" W.M.Kaula; Jour. of Geophys. Res. 1961 66 Nr 6
16. "The Earth's gravitational potential, deduced from the orbits of artificial satellites" D.G.King-Hele; The Geophys. Jour. of RAS 1961 4 1 1962 6 Nr 2
17. "The gravitational field of the Earth derived from the motions of three satellites" Yoshihide Kozai; The Astron. Jour. 1961 66 Nr 1
18. "Numerical results from orbits" Yoshihide Kozai; Paper presented at the Symposium on the Use of Artificial Satellites for Geodesy in Washington April 1962
19. "A determination of the coefficient J,K from the orbit of satellite 1958 Beta 2" M. Lecar, J. Sorenson, A.Eckels; Jour. of Geophys. Res. 1959 64 Nr 2
20. "Report about the theoretical research on the problem of the figure of the Earth" K. Ledersteger; Paper presented to the XIIth General Assembly of the IUGG Helsinki 1960
21. "Новые методы исследования фигуры Земли" М.С.Молоденский; Геодезия и Картография 1951 nr 11

22. "The gravitational field of the Earth" J.A.O'Keefe, A. Eokels, R.X.Squires; The Astron. Jour. 1959 64 Nr 1272
23. "Teoretyczne podstawy wykorzystania orbit sztucznych satelitów do badania figury Ziemi" W. Opalski; Postępy Astronomii 1962 10 nr 1
24. "Geodezja wyższa" P.S.Zakátow PPWK 1959
25. "Bibliografia problematyki sztucznych satelitów Ziemi" J.Zieliński; Biul.Polskich Obserwacji Sztucznych Satelitów nr 1-6
26. "Опыт определения некоторых параметров гравитационного поля Земли" И.Д.Жонголович, Бюл. станции оптич. набл. ИСЗ. 1960 nr 2.

#### NEW METHODS AND RESULTS OF THE RESEARCH ON THE PROBLEM OF THE FIGURE OF THE EARTH

##### S u m m a r y

The article outlines the principles of the Earth's figure determination by the astro-geodetic and gravimetric methods, indicating at the same time the weak points of those methods' theory. The results of the researches for the Earth's figure parameter by the method of artificial satellites observations have been discussed and the numeric effects have been given.

The trials of the associative adjustments of data obtained by three methods have been presented as well as connected with that problem the author's own conceptions - the introduce of results obtained by the satellitic method into the geometrical and gravimetric ones; the method of associative adjustment different than that of Mr.W.Kaula

The formulae have been derived and the calculation has been done in order to investigate the influence of the third spherical harmonic's  $p^3$  presence on the result of determination of the ellipsoidal flattening from the arc measurement. Taking the above into account the corrected flattening of Krassowski's ellipsoid is nearly equal to  $\frac{1}{297}$ .

#### НОВЫЕ МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИГУРЫ ЗЕМЛИ

##### Р е з ю м е

В статье припомнены в общих чертах принципы определения фигуры Земли посредством методов астрономическо-геодезического и гравитационного и подчеркнуты слабые места теории этих методов. Рассмотрены затем результаты отыскивания параметров фигуры Земли методом наблюдений искусственных спутников и приведены численные выводы. Представлены пробы совместного уравнивания данных полученных при применении трех методов, и проведены собственные концепции автора, связанные с этой проблемой, а именно: введение в геометрический и гравиметрический метод результатов, полученных посредством спутникового метода, а также применение иного способа совместного уравнивания, отличающийся от способа принятого В.Кауле.

Выведены формулы и сделано вычисление для исследования, какое влияние имеет присутствие третьей шарообразной гармоники  $P_3$  на результат определения сплюснутости, получаемого посредством измерений степени. Вычислено, что с этой поправкой размер сплюснутости эллипсоида Крассовского был бы близок  $\frac{1}{297}$ .