

prof. dr hab. inż. Janusz B. ZIELIŃSKI

Wyższa Szkoła Oficerska Sił Powietrznych w Dęblinie

Wydział Lotnictwa

Katedra Nawigacji Lotniczej

ZNACZENIE UKŁADÓW INERCJALNYCH W NAWIGACJI

Streszczenie

Nowoczesne systemy nawigacyjne, zarówno w nawigacji naziemnej, jak i lotniczej, wykorzystują technologie satelitarne oraz inercjalne. Następuje rozwój zintegrowanych systemów satelitarno-inercyjnych. W tym kontekście warto przyjrzeć się bliżej i zanalizować podstawowe pojęcia fizyczne, jak inercja i układ inercjalny. Okazuje się, że mimo pozornej elementarności i licznych zastosowań są one ciągle przedmiotem badań i dyskusji naukowych. Zarówno w systemach GNSS, jak i układach pomiarowych nawigacji inercjalnej inercjalne układy współrzędnych z jednej strony są wykorzystywane praktycznie, z drugiej – ich ścisła definicja podlega dyskusji i stanowi inspirację dla badań fizyki teoretycznej.

Słowa kluczowe: bezwładność/inercja, układ odniesienia, nawigacja satelitarna, nawigacja inercjalna

Wstęp

Ostatnie lata notują tryumfalny postęp nawigacji satelitarnej. Operacyjnie działają już trzy systemy: amerykański GPS, rosyjski GLONASS i chiński BeiDou, czwarty – europejski Galileo – wkrótce do nich dołączy. Opanowują one również nawigację lotniczą, wspomagane przez komplementarne systemy SBAS (ang. *Satellite Based Augmentation System*). Funkcjonują one wszystkie w przestrzeni kosmicznej, gdzie ich ruch i sygnały opisywane są w układach inercjalnych.

Również nawigacyjne systemy inercjalne są dobrze zakorzenione w nawigacji lotniczej. Były one istotną pomocą nawigacyjną w lotnictwie pasażerskim i transportowym, zanim GPS stał się systemem dojrzałym i globalnym. Nadal stanowią ważny element wspierający w sytuacjach, kiedy sygnał satelitarny nie jest wystarczającym zamiarem lub kiedy może wystąpić jego zakłócenie. Zwłaszcza w warunkach bojowych, przy dużej dynamice ruchu statku powietrznego, występującej naturalnej lub intencjonalnej interferencji sygnałów radiowych, system inercjalny staje się niezbędny.

Technologia systemów inercjalnych notuje niebywały postęp, tak w zakresie dokładności nawigowania, jak i zmniejszania gabarytów urządzeń nawigacyjnych, a także ceny. Szczególnym zainteresowaniem cieszą się te systemy u konstruktorów statków bezzałogowych.

W zasadzie możemy mówić o dwóch typach sensorów stosowanych w inercjalnych systemach nawigacyjnych (INS): są to czujniki przyspieszeń – akcelerometry oraz czujniki kierunku – żyroskopy. Pomiarowi bądź detekcji podlegają więc dwa efekty ruchu obiektu – zmiana jego prędkości lub kierunku. Aby to było możliwe, musi istnieć układ

odniesienia, w którym takie efekty będą zdefiniowane. Układem takim jest właśnie układ inercjalny.

Zjawisko bezwładności, czyli inercja

Zanim przystąpimy do definiowania i analizy układu inercjalnego, poświęćmy nieco uwagi powszechnie znanemu i doświadczanemu zjawisku bezwładności. Z punktu widzenia fizyki elementarnej sprawa wydaje się prosta. Pierwsza zasada dynamiki Isaaca Newtona jest również zasadą bezwładności, która głosi, że ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym, jeśli nie działa na nie żadna siła. Tak więc przez bezwładność rozumiemy tę cechę ruchu, która sprawia, że powyższa zasada jest spełniona. Miarą bezwładności jest masa bezwładna lub inaczej masa inercjalna.

Nieco inaczej możemy określić bezwładność jako miarę oporu stawianego przez ciało wobec siły na nie oddziałującej. Takie określenie odnosi się nie tylko do ruchu liniowego, lecz także obrotowego. Rozważanie tego ostatniego było zresztą inspiracją dla Newtona do sformułowania zasady bezwładności.

Sięgnijmy do historii fizyki, aby przypomnieć ewolucję myśli i wiedzy ludzkiej na ten temat. Terminu „inercja” użył po raz pierwszy Johannes Kepler (1571–1630)¹. Za twórcę nowoczesnej fizyki, w której eksperyment poprzedza teorię i jej uogólnienia, uchodzi Galileusz (1564–1642). Wśród wielu zjawisk, które badał, znajdowało się również zjawisko ruchu. Przeprowadzając różne doświadczenia, między innymi służące celności artylerii, Galileusz identyfikował takie parametry jak czas, odległość, masa, siła grawitacji, tarcie, opór ośrodka. Niewątpliwie najbardziej znane jest doświadczenie ze swobodnym spadkiem ciał o różnej masie, które doprowadziło do odkrycia przyspieszenia grawitacyjnego, a także sformułowania zasady równoważności, mówiącej, że prędkość i przyspieszenie w swobodnym spadku nie zależą od masy ciała ani też jego składu chemicznego. Na temat ruchu po powierzchni poziomej Galileusz twierdził, że ciało poruszające się po powierzchni poziomej, o ile nie działa na nie żadna siła, będzie się poruszało z niezmienną prędkością i w tym samym kierunku. Jest to więc stwierdzenie już bardzo bliskie zasadzie bezwładności Newtona.

Pojęcie bezwładności było nieobce także Kartezjuszowi (1596–1650), choć nie definiował go. Uważał jednak, że zachodzi prawo zachowania ilości ruchu, przekazanie zaś ruchu jednego ciała innemu może nastąpić przy uwzględnieniu ich mas i prędkości².

Jednakże uwagę Newtona przykuło pewne szczególne zjawisko, niezwiązane z żadnym eksperymentem naukowym. Musiał się on zajmować wyciąganiem wody ze studni, gdyż w swym genialnym dziele *Philosophiae naturalis principia mathematica* opisuje następującą sytuację: „Jeżeli napełnimy wodą wiadro zawieszone na skręconym sznurze, a następnie będziemy je wyciągać, to wiadro zacznie się obracać, a wraz z nim woda w wiadrze, której powierzchnia stanie się wklęsła. Kiedy wiadro będzie wyciągnięte i zatrzymane, woda w nim będzie nadal zachowywać przez pewien czas ruch obrotowy”. Mamy tu do czynienia niewątpliwie ze zjawiskiem bezwładności w ruchu. Zjawisko to posłużyło Newtonowi do jeszcze innej argumentacji, do której wrócimy.

Dzieło *Principia* rozpoczyna się od podania kilku definicji, z których trzecia głosi: „Wrodzoną siłą (*vis insita*) materii jest jej zdolność stawiania oporu, dzięki której każde ciało, zależnie od jej zawartości pozostaje samo przez się, w stanie dotychczasowym,

¹ A. K. Wróblewski, *Historia fizyki – od czasów najdawniejszych do współczesności*, wyd. 1 – 1 dodr., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.

² G. Holton, S. G. Brush, *Physics, the Human Adventure: from Copernicus to Einstein and beyond*, Rutgers University Press, New Brunswick 2001.

czy to w spoczynku, czy też ruchu jednostajnie prostoliniowym”³. Jesteśmy więc już bardzo blisko podanemu w dalszej części pierwszemu prawu dynamiki. Przypomnijmy je zatem: „Jeśli na ciało nie działa żadna siła lub siły działające równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym – względem inercyjnego układu odniesienia”⁴. Nie mamy w tym sformułowaniu zawartej definicji bezwładności, czyli inercji, pojawia się za to pojęcie inercyjnego układu odniesienia.

Przypomnijmy również drugą zasadę dynamiki: „Ciało, na które działa siła, porusza się ruchem przyspieszonym, z przyspieszeniem proporcjonalnym do tej siły”⁵. Zasadę tę wyraża prosty wzór:

$$F = m \times a \quad (1)$$

gdzie:

F – siła;

a – przyspieszenie;

m – masa (bezwładność ciała).

Tak więc, aby otrzymać to samo przyspieszenie dla ciał o różnym m , trzeba użyć proporcjonalnie różnej siły F . Mamy tu więc egzemplifikację inercji (bezwładności) jako miary oporu stawianego przez ciało wobec zmiany stanu jego ruchu.

W koncepcji Newtona mamy do czynienia z akceptowaniem pewnych pojęć jako pierwotnych, nienadających się już do dalszego analizowania. Tak więc przestrzeń jest przestrzenią euklidesową, czas jest czasem jednostajnym i absolutnym, masa jest po prostu ilością materii, bezwładność zaś bezpośrednio wiąże się z masą. Według tej koncepcji prawa dynamiki i prawo powszechnego ciążenia opisują świat rzeczywisty z pełną jasnością i precyzją.

Jednakże w podręcznikach fizyki możemy również znaleźć zastrzeżenie: „Nie jest znany żaden ścisły dowód, że zasada bezwładności jest słuszna”⁶. Życie codzienne i eksperymenty fizyczne potwierdzają ją doświadczalnie, lecz jej głębsza istota jest tajemnicza. Tajemniczość ta pogłębi się jeszcze, gdy przywołamy zjawisko grawitacji, ujęte przez Newtona w prawie powszechnego ciążenia:

$$F = G \times m_1 \times m_2 / r^2 \quad (2)$$

gdzie:

F – siła przyciągania grawitacyjnego między ciałami;

m_1 i m_2 – masa ciał;

G – stała grawitacyjna;

r – odległość między ciałami.

Okazuje się, że masy m_1 i m_2 są dokładnie takimi samymi masami jak masa m występująca we wzorze (1).

Mamy więc dwa różne jakościowo zjawiska: w pierwszym masa ciała stanowi o oporze, który ciało stawia wobec zmiany ruchu, w drugim masa stanowi o przyciąganiu grawitacyjnym przez drugie ciało. Wobec tego w pierwszym przypadku masę tę

³ A. K. Wróblewski, *Historia fizyki...*, dz. cyt., s. 128.

⁴ M. A. Herman, A. Kalestyński, L. Widomski, *Podstawy fizyki – dla kandydatów na wyższe uczelnie i studentów*, wyd. 9 – 4 dodr., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012, s. 71.

⁵ Tamże, s. 76.

⁶ Tamże, s. 71.

nazywamy masą inercyjną m_i , w drugim masą grawitacyjną m_g . Niezliczone eksperymenty fizyczne, począwszy od czasów Galileusza, a kończąc na współczesnych misjach kosmicznych potwierdzają tzw. zasadę równoważności:

$$m_i = m_g \quad (3)$$

W ramach fizyki newtonowskiej nie jest znane teoretyczne wyjaśnienie tej zasady, jednak potwierdzono ją eksperymentalnie z bardzo wysoką dokładnością rzędu 10^{-14} , a nowe misje kosmiczne MICROSCOPE i STEP planują zbadanie tej równoważności na poziomie 10^{-17} .

Jednak dociekanie tajemnic grawitacji przekracza pojemność tej pracy, wróćmy do problemu inercji. Jednym z pytań stawianych przez fizyków jest: czy bezwładność ciała jest jego cechą autonomiczną, niezależną od innych ciał, czy też jest własnością relatywną, zależną od otoczenia. Innymi słowy, gdyby istniało tylko to jedno konkretne ciało we Wszechświecie, czy jego bezwładność byłaby taka sama, jak w rzeczywistym świecie, pełnym materii? Sam Newton był zwolennikiem tej pierwszej koncepcji, ale np. Ernst Mach (1838–1916) uważał, że inercja to wynik istnienia innych mas, tak znajdujących się w pobliżu, jak i w całym kosmosie, i jest od nich zależna. Mach zastanawiał się nad istotą bezwładności, nad tym, dlaczego właściwie ciała są obdarzone inercją. Dlaczego potrzebna jest siła, aby spowodować przyspieszenie ciała? Co jest takiego szczególnego w ruchu jednostajnym, że nie wymaga on przykładania siły? Jeśli mowa o jednostajności, to jednostajność względem czego? Względem jakich obiektów w przestrzeni i jakiego czasu? W swoim dziele⁷ Mach podjął zasadniczą krytykę podejścia Newtona do zagadnienia nie tylko inercji, lecz także pojęć absolutnej przestrzeni i czasu. Według Newtona, występowanie siły bezwładności w układzie odniesienia przyspieszonym (np. rotującym) jest potwierdzeniem, że to przyspieszenie zachodzi względem przestrzeni absolutnej bądź eteru. Pytania i wątpliwości podniesione przez Macha stały się inspiracją dla Alberta Einsteina (1879–1955) do pracy nad teorią względności.

Jednak Mach nie stworzył teorii wyjaśniającej zjawisko bezwładności, również teoria względności Einsteina nie daje tego wyjaśnienia. Ale nie zniechęca to fizyków kolejnych generacji do zajmowania się tym problemem. I tak Dennis W. Sciama (1926–1999) dowodził, że efekty bezwładnościowe dają się wyprowadzić z równań pola grawitacyjnego ciała będącego w ruchu, analogicznie do równań ruchu ładunku elektrycznego w polu elektromagnetycznym⁸. Pogłębioną analizę problemu przedstawia Ignazio Ciufolini (ur. 1951)⁹, wprowadzając pojęcie „geometrodynamiki”, obrazujące geometrię einsteinowskiej czasoprzestrzeni w ruchu. Podsumowując swoje rozważania, Ciufolini i Wheeler podają zmodyfikowaną zasadę Macha: „energia mas tam rządzi inercją tu”.

W tym krótkim przeglądowym artykule nie jesteśmy w stanie zagłębić się w skomplikowaną matematykę ogólnej teorii względności, ale możemy zauważyć, że najnowsze prace nad istotą inercji nie zamykają zagadnienia. Problem ten wydaje się kluczowy dla postnewtonowskich teorii mechaniki.

Pewną projekcją zasady Macha jest koncepcja pola Higgsa, rozciągającego się w całej przestrzeni, które to pole nadaje masę inercyjną cząstkom elementarnym. Eksperymenty nad potwierdzeniem tej teorii prowadzone są w CERN (fr. *Centre Europeen pour la Recherche Nucléaire*). W 2012 roku ogłoszono wykrycie tzw. bozonu Higgsa

⁷ E. Mach, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, F. A. Brockhaus, Leipzig 1883.

⁸ D. W. Sciama, *On the Origin of Inertia*, „Monthly Notices of the Royal Astronomical Society” 1953, vol. 113, no. 1.

⁹ I. Ciufolini, J. A. Wheeler, *Gravitation and Inertia*, Princeton University Press, Princeton 1995.

w akceleratorze LHC (ang. *Large Hadron Collider*). Badania nad tym zjawiskiem trwają nadal¹⁰.

Pamiętając, że masa jest miarą inercji, warto wspomnieć również o pracach nad wprowadzeniem nowej definicji jednostki masy. Według obowiązującego systemu miar SI, jednostką masy jest jeden kilogram, zdefiniowany jako masa jednego decymetra sześciennego wody w temperaturze 4°C. Wzorcem jest wykonany z platyny i irydu odważnik, przechowywany w Międzynarodowym Biurze Miar i Wag w Paryżu. Jednakże przy obecnym stanie wiedzy i technologii bazowanie na tego rodzaju wzorcu nie jest właściwe, stąd prowadzi się badania nad związaniem kilograma z podstawowymi stałymi fizycznymi. Największe szanse ma tu wykorzystanie stałej Plancka, w teorii kwantów wiążącej masę i energię¹¹.

Układ inercjalny

Zjawisko inercji, choć kryje tajemnice, jest powszechnie doświadczane, a także wykorzystywane. Podobnie sprawa ma się z układem czy raczej układami inercjalnymi. Posługujemy się nimi w skali mikro i makro, począwszy od akcelerometrów elektronicznych w telefonach komórkowych do Międzynarodowego Niebieskiego Układu Odniesienia (ang. *International Celestial Reference Frame – ICRF*), w którym opisujemy ruchy Ziemi i planet. Technika nawigacji inercjalnej jest szczególnie związana z tym pojęciem, gdyż czujniki tych systemów działają właśnie w układzie inercjalnym.

Zacznijmy od przypomnienia, co rozumiemy przez układ odniesienia. W ujęciu geometrycznym układem odniesienia będzie zbiór punktów w przestrzeni, względem których możliwe jest określanie położenia innych punktów. W przestrzeni trójwymiarowej minimalny taki zbiór musi zawierać co najmniej cztery punkty, aby można było wyznaczać pozycje i kierunki w tak skalibrowanej przestrzeni. Klasycznym przykładem jest układ kartezjański z trzema prostymi osiami i zdefiniowanym punktem początkowym. W ujęciu kinematycznym, gdy rozpatrujemy ruchy punktów lub obiektów, konieczny jest jeszcze wymiar czasu, co będzie zapewnione przez wprowadzenie skali czasu i jej początku. W praktyce wyznaczanie układu odniesienia dokonuje się przez przypisanie pewnym fizycznym punktom – np. znakom geodezyjnym na powierzchni Ziemi – znaczenia punktów referencyjnych, natomiast skalę czasu wiążemy z konkretnym zegarem.

Kiedy tak zbudowany układ może być uznany za układ inercjalny? Pierwsza definicja układu inercjalnego brzmi, iż jest to układ odniesienia, w którym spełnione są pierwsza i druga zasada dynamiki Newtona. Czy jednak taka sytuacja może wystąpić w rzeczywistości? Kiedy możemy uznać, że na ciało nie działa żadna siła? Wszystkie ciała znajdujące się na powierzchni Ziemi podlegają sile grawitacji oraz sile odśrodkowej, spowodowanej ruchem obrotowym Ziemi, czyli na Ziemi taki układ nie występuje. Jak więc powstała naukowa idea układu inercjalnego?

Przywołajmy ponownie rozważania prekursora współczesnej fizyki Galileusza. Opisuje on następującą sytuację, będącą odzwierciedleniem układu inercjalnego: „Zamknij się z przyjacielem w kabinie pod pokładem dużego statku i zabierz ze sobą kilka much, motyli lub innych latających żyjątek. Weź również naczynie z wodą, a w niej rybkę. Powieś również butlę z wodą, która wycieka po kropli do naczynia pod spodem. Kiedy statek stoi nieruchomo, obserwuj uważnie, jak owady fruwać w różnych kierunkach

¹⁰ R. N. Henriksen, *Practical Relativity: from first principles to the theory of gravity*, Wiley, Hoboken 2011.

¹¹ D. B. Newell, *A more fundamental International System of Units*, „Physics Today” 2014, vol. 67, no. 7; J. Gluza, A. Grzanka, A. Pleban, *Ku nowej definicji kilograma*, „Postępy Fizyki” 2007, t. 58, nr 3.

kabiny. Rybka również pływa obojętnie w różnych kierunkach; krople z butli padają do podstawionego naczynia; jeżeli coś rzucisz swojemu przyjacielowi, nie musisz tego robić silniej w jednym kierunku niż w innym, o ile chodzi o tę samą odległość; jeżeli podskoczysz ze złączonymi nogami przebędziesz tę samą odległość w każdym kierunku. Kiedy zaobserwowałeś te rzeczy dokładnie (a nie ulega wątpliwości, że kiedy statek stoi nieruchomo, wszystko musi się zdarzyć w ten sposób), niech statek zacznie się posuwać z dowolną prędkością, ale jednostajną i nie kołysząc się. Wówczas nie zauważysz żadnych zmian we wspomnianych zjawiskach i obserwując je, nie będziesz mógł powiedzieć, czy statek się porusza, czy stoi w miejscu”¹². Cały ten opis wskazuje, że Galileusz dostrzegał istnienie poruszających się względem siebie układów odniesienia, w których obowiązują te same prawa ruchu.

Newton, postępując tym samym tropem, również nie używał jeszcze terminu „układ inercjalny”, ale stosował szersze pojęcia absolutnej przestrzeni i absolutnego czasu. W fizyce newtonowskiej wszystkie ruchy i działania w kosmosie zachodzą na scenie trójwymiarowej, nieskończonej, euklidesowej przestrzeni w rytm jednostajnie wszędzie upływającego czasu. Za przekonujący dowód potwierdzający tę koncepcję uważał Newton zjawisko wystąpienia siły odśrodkowej w obracającym się wiadrze z wodą, doświadczeniu wspomnianym w poprzednim rozdziale. Potwierdzenie znajdował w takich faktach jak przypływy i odpływy oceaniczne czy spłaszczenie Ziemi.

Ta newtonowska koncepcja świata była kontestowana przez niektórych współczesnych mu fizyków, jak i późniejszych. Na przykład Gottfried Leibnitz (1646–1716), a za nim George Berkeley (1685–1753) uważali, że ruch obiektu można opisywać tylko w stosunku do innych obiektów, czyli nie ma ruchu absolutnego, a jest tylko względny. Jeszcze bardziej radykalny był wspomniany wyżej Mach. W swoich koncepcjach posuwał się dość daleko, twierdząc, że np. rozważanie Ziemi jako obiektu obracającego się wokół swojej osi, a sfery niebieskiej jako nieruchomego tła jest niewłaściwe. Alternatywnie można przyjąć, że to Ziemia jest nieruchoma, natomiast sfera niebieska obraca się wokół niej. Prawo fizyki powinno być tak sformułowane, aby obydwa te podejścia były opisywane równoprawnie oraz aby zjawiska pochodne, takie jak siła odśrodkowa czy przyspieszenie Coriolisa, były wyjaśnione przy obu podejściach. Z drugiej strony inne odkrycia zdawały się potwierdzać podejście Newtona. W 1851 roku Jean Foucault (1819–1868) przeprowadził słynne doświadczenie z wahadłem, demonstrując ruch obrotowy Ziemi poprzez zmianę kierunku płaszczyzny wahań wahadła względem budynku, w którym było umieszczone. Można było sobie wyobrazić, że gdyby umieścić wahadło na biegunie, to płaszczyzna wahań zachowałaby stały kierunek w stosunku do stałych gwiazd na nieboskłonie.

Jednym z fizyków zgłębiających naturę bezwładności był Ludwig Lange (1863–1936). Po skrytykowaniu newtonowskich pojęć absolutnej przestrzeni i czasu wprowadza pojęcia układu inercjalnego i inercjalnej skali czasu¹³. Podaje również ich definicje: „Układem inercjalnym będzie układ współrzędnych zawierający 3 osie wychodzące z jednego punktu będącego w spoczynku lub poruszającego się ruchem jednostajnym. Inercjalną skalą czasu będzie skala interwałów czasu wyznaczanych przez ruch jednostajny punktu po prostej”.

Istotnie – w tak zdefiniowanych układach pierwsze i drugie prawo Newtona będzie zachowane, pod warunkiem, że rozumiemy, co to znaczy ruch jednostajny. Jednostajny,

¹² Galilei Galileo, *Dialog o dwu najważniejszych układach świata: Ptolemeuszowym i Kopernikowym*, tłum. E. Ligocki przy współudziale K. Giustiniani-Kępińskiej, przedm. M. Brahmer, wyd. 2, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1962.

¹³ L. Lange, *Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffes und ihr voraussichtliches Endergebniss: ein Beitrag zur historischen Kritik der mechanischen Principien*, Engelmann, Leipzig 1886.

czyli ze stałą prędkością, ale prędkością względem czego? Odpowiedź: względem absolutnej przestrzeni – nie zadowalała, względem układu inercjalnego – prowadzi do tautologii.

Przyjmijmy jednak, że pojęcie „ruch jednostajny” jest zrozumiałe. Wobec tego możemy określić relację między dwoma układami inercjalnymi, czyli poruszającymi się względem siebie ruchem jednostajnym. Dodajmy dla ścisłości warunek braku rotacji, tzn. osie obu układów pozostają równoległe. Niech współrzędne w obu układach odpowiadają wektorom:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}; \quad X' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}; \quad (4)$$

a prędkość przemieszczania się jednego układu względem drugiego jest stała i wynosi:

$$V = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}, \quad (5)$$

wówczas relacja między tymi układami zwana jest „transformacją Galileusza”

$$X' = X - Vt \quad (6)$$

gdzie:

t – jednowymiarowy parametr czasu.

Rozpatrzmy uproszczoną sytuację, w której ruch układów będzie się odbywał tylko wzdłuż jednej osi, pozostawiając pozostałe współrzędne bez zmiany:

$$\begin{aligned} x' &= x - v_x t \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \quad (7)$$

Jeżeli równania te zróżniczkujemy dwukrotnie względem czasu, pamiętając, że V jest wielkością stałą w czasie, otrzymamy drugie pochodne:

$$\frac{d^2 x'}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2}; \quad \frac{d^2 y'}{dt^2} = \frac{d^2 y}{dt^2}; \quad \frac{d^2 z'}{dt^2} = \frac{d^2 z}{dt^2}. \quad (8)$$

Tak więc przyspieszenia w obydwu układach są jednakowe, mimo że układy poruszają się względem siebie. Zapisując to w postaci wektorowej, mamy:

$$\ddot{X}' = \ddot{X}$$

Co praktycznie obrazuje ten wynik (8)? Świadczy on o tym, że przyspieszenie zmierzone w jednym układzie inercjalnym będzie takie samo we wszystkich innych układach inercjalnych. Układy te mogą się względem siebie poruszać ruchem jednostaj-

nym, ale ich osie muszą pozostawać równoległe. Inaczej mówiąc układy inercjalne nie mogą względem siebie rotować. To z kolei oznacza, że również kierunki wektorów przyspieszeń będą w tych układach zachowane. Odnosi się to także do przyspieszenia kąтового występującego w ruchu obrotowym, co następnie implikuje stałość orientacji wektora prędkości obrotowej danego obiektu w układach inercjalnych. Na tej niezmienniczości opiera się teoria układów żyroskopowych. Jest to naturalnie zgodne z podaną na początku definicją układu inercjalnego, spełniającą warunek (1).

Z powyższych rozważań płynie wniosek, iż układ inercjalny jest układem szczególnym, spełniającym określone warunki. W pierwotnej koncepcji Newtona układ taki był związany z pojęciem absolutnej przestrzeni jako bytu niezależnego, swego rodzaju sceny, na której rozgrywają się zjawiska przyrody. Można wówczas formułować pojęcie układu będącego w stanie spoczynku w stosunku do tej przestrzeni bądź też poruszającego się. W późniejszych teoriach rolę absolutnej przestrzeni zaczął pełnić eter, który miał również stanowić tło dla różnego rodzaju ruchów, ale także to pojęcie przestało być aktualne. Obecnie nie mówimy raczej o nieruchomym układzie inercjalnym, a o zbiorze układów spełniających warunek ruchu jednostajnego.

Aktualnie odżywa idea Macha, która inercjalny układ odniesienia wiąże z masą i strukturą wszechświata. Odkrycia astronomiczne pomagają nieco ukonkretnić tę koncepcję. Odkryte w 1964 roku reliktywne promieniowanie tła pochodzi z najbardziej oddalonych przestrzeni wszechświata. Można więc próbować zdefiniować pojęcie stanu absolutnego spoczynku w odniesieniu do takiego punktu w przestrzeni, dla którego rozkład średniej temperatury tego promieniowania jest izotropowy. Układ taki okazuje się być przydatny dla badań kosmologicznych, w których analizuje się ruchy bardzo oddalonych obiektów, jak gwiazdy czy galaktyki¹⁴.

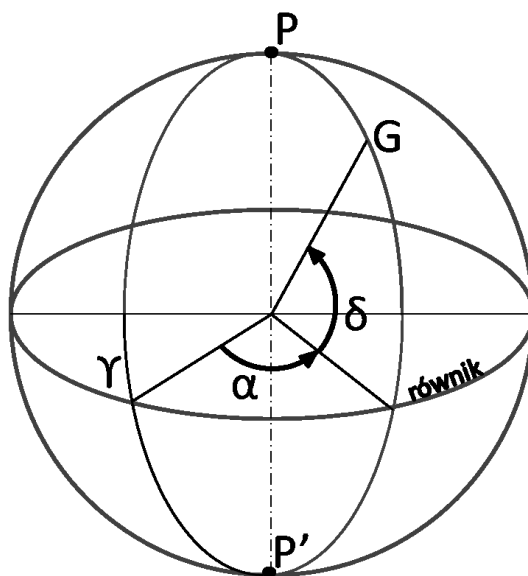
Realizacje układów inercjalnych

W świecie rzeczywistym układy odniesienia, które w sposób ścisły spełniałyby warunki układu inercjalnego, nie występują, ponieważ wszystkie ciała w kosmosie znajdują się w ruchu nieliniowym – i to zarówno w ruchu postępowym, jak i obrotowym, a więc podlegają przyspieszeniom. Ponadto wszechobecne jest pole grawitacyjne, które również wywiera przyspieszenie na każdą masę. Jednakże w pewnej ograniczonej przestrzeni (*vide* kabina statku Galileusza) przyspieszenia te mogą być potraktowane jako niezauważalnie małe bądź też będą równoważone przez inne siły. Możemy wówczas mówić o układach lokalnie inercjalnych lub *quasi*-inercjalnych. Z takimi mamy do czynienia w praktyce. Przytoczmy niektóre przykłady.

Niebieski Układ Odniesienia (ICRF)

Jest to układ najbliższy pojęciowo newtonowskiej idei absolutnej przestrzeni, ponieważ obejmuje odległy kosmos. Jednocześnie to jeden z najstarszych układów współrzędnych, wprowadzony jeszcze przez astronomów babilońskich i do dziś stosowany. Jest to układ współrzędnych sferycznych, oparty na zjawisku ruchu Ziemi dookoła Słońca (rysunek 1).

¹⁴ R. N. Henriksen, *Practical Relativity*..., dz. cyt.



Rys. 1. Układ współrzędnych równikowych

Jego współrzędne to α – rektascensja i δ – deklinacja, kąty mierzone w płaszczyźnie równika i południków. Używa się go do określania położenia gwiazd lub innych obiektów kosmicznych na nieboskłonie, w związku z czym trzecia współrzędna przestrzenna, jaką mogłaby być odległość radialna, nie jest stosowana. Dokładność zdefiniowania i realizacji tego układu ciągle poprawia Międzynarodowa Unia Astronomiczna (ang. *International Astronomical Union* – IAU) i podległa jej Międzynarodowa Służba Ruchu Obrotowego Ziemi i Systemów Odniesienia (ang. *International Earth Rotation and Reference Systems Service* – IERS). Ta ostatnia publikuje okresowe raporty, w których znajdują się dane liczbowe charakteryzujące aktualny stan układu ICRF. I tak, podstawowe informacje możemy znaleźć w *IERS Convention (2010)*¹⁵, natomiast w literaturze polskiej najbardziej kompletnym źródłem jest „Rocznik Astronomiczny”¹⁶, w którym można znaleźć wyczerpujący opis ICRF. Definicja tego układu oparta jest na uchwałach IAU, która na kolejnych kongresach przyjmuje rezolucje wprowadzające modyfikacje. Rozróżnia się przy tym dwa pojęcia: „system odniesienia” i „układ odniesienia” (ang. *reference system* i *reference frame*). O ile ten pierwszy jest pojęciem teoretycznym, zawierającym założenia układu, to ten drugi stanowi jego realizację, dokonywaną za pomocą obserwacji i pomiarów. Tak więc według aktualnie obowiązującej wiedzy ITRS (ang. *International Terrestrial Reference System*) początek ma umieszczony w środku mas (barycentrum) Układu Słonecznego, a kierunki osi powinny zachowywać stałe położenie w stosunku do odległych radioźródeł (kwazarów). Podstawowa płaszczyzna tego układu powinna się pokrywać z płaszczyzną średniego równika niebieskiego na epokę 2000,0. Początek zliczania rektascensji pokrywa się z punktem równonocy, także na tę samą epokę.

Wypełnienie tych założeń polega na określeniu współrzędnych określonych obiektów na sferze niebieskiej. Jednakże postęp technologii sprawia, że wymagania i możliwości wyznaczania pozycji zmieniają się. W ubiegłym stuleciu bazowano na obserwa-

¹⁵ *IERS Convention (2010)*, eds. G. Petit, B. Luzum, „IERS Technical Note” 2010, no. 36, [online:] <https://www.iers.org/iers/EN/Publications/TechnicalNotes/tn36.html?nn=94912> [dostęp: 27.06.2017].

¹⁶ *Rocznik Astronomiczny na rok 2016*, red. J. Kryński, Instytut Geodezji i Kartografii, t. 71, Warszawa 2015.

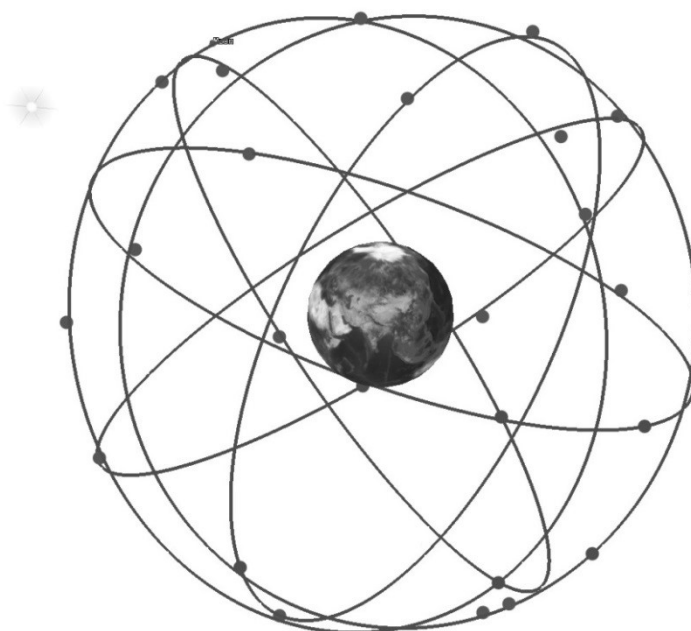
cjach optycznych i zbudowanych na tej podstawie katalogach pozycji gwiazd, którego ostatnia wersja FK4 wyszła z użycia w latach 90. Aktualnie używa się katalogu opartego na pomiarach satelitarnych satelity Hipparchos, a podstawową techniką jest interferometria radiowa (ang. *Very Long Baseline Interferometry* – VLBI). Z roku na rok wzrasta liczba obserwatoriów oraz liczba obserwowanych radioźródeł. Układ ICRF jest obecnie zdefiniowany z dokładnością ok. $\pm 30 \mu\text{s}$ (mikro-sekundy łuku) przez pozycje 212 radioźródeł¹⁷. Jednakże należy się spodziewać, że po 2020 roku wejdzie w życie jeszcze nowszy katalog oparty na pomiarach wykonanych przez misję Gaia realizowaną przez Europejską Agencję Kosmiczną (ang. *European Space Agency* – ESA).

Układ ICRF znajduje zastosowanie przede wszystkim w astronomii, do opisu położenia ciał niebieskich na sferze niebieskiej, ale także w geodezji, gdzie jest układem referencyjnym do badań ruchu obrotowego Ziemi.

Inercjalny układ geocentryczny (ang. *Earth Centered Inertial Reference Frame*)

Mieszkając na Ziemi i poruszając się po niej, jesteśmy przyzwyczajeni do układu odniesienia związanego z jej sztywną powierzchnią. W układzie tym prowadzona jest nawigacja, która pozwala przemieszczać się z punktu A do punktu B, z których każdy ma pozycję określone w takim sztywno związanym z Ziemią układzie. Jednakże, jeśli oddalimy się od powierzchni na wystarczająco dużą odległość, zauważymy, że Ziemia jest ciałem ruchomym, obracającym się, a ponad nią pewną stałość zachowują płaszczyzny orbit sztucznych satelitów, zwłaszcza te, które mają duże nachylenie do równika.

Jeśli zobrazujemy konstelację satelitów nawigacyjnych, takich jak GPS lub Galileo, ujrzymy coś w rodzaju klatki utworzonej przez nieruchome orbity, wewnątrz której obraca się Ziemia. Będzie to obraz geocentrycznego inercjalnego układu odniesienia (rysunek 2).



Rys. 2. Ziemia wewnątrz konstelacji satelitów GPS

¹⁷ Tamże.

Taki szczególnie inercjalny układ odniesienia wykorzystywany jest w teorii Globalnych Nawigacyjnych Systemów Satelitarnych (GNSS). Definiuje się go w ten sposób, że początek tego układu pokrywa się ze środkiem masy Ziemi, jego oś pionowa pokrywa się ze średnią osią obrotu Ziemi, pozostałe osie zachowują stałe kierunki w przestrzeni. Jest to więc układ nierotujący. W takim układzie możliwe jest ustanowienie jednolitej skali czasu i transmisja momentów czasu z prędkością światła, a także rozwiązywanie układu równań typu:

$$\rho = c (t_R - t_T) \quad (9)$$

gdzie:

ρ – pseudo-odległość;

$t_R - t_T$ – odczyty zegara odbiornika i nadajnika;

c – prędkość światła w próżni.

Oczywiście, aby otrzymać rozwiązanie nawigacyjne, należy dokonać transformacji do układu ziemskiego, którym w przypadku GPS jest układ WGS84. Wzory i parametry takiej transformacji są ogólnie znane. Warto zauważyć, że czas w geocentrycznym układzie inercjalnym i rotującym układzie ziemskim nie będzie tak samo – pojawia się tzw. efekt Sagnaca, który trzeba uwzględnić, wprowadzając odpowiednią poprawkę¹⁸.

Układ inercjalny na obiekcie w stanie swobodnego spadku

Przestrzeń wszechświata wypełniona jest polem grawitacyjnym generowanym przez wszelkie istniejące masy, przy czym w pobliżu Ziemi dominujące jest oczywiście pole grawitacyjne Ziemi. Jednakże mamy całą klasę obiektów poruszających się w tym polu grawitacyjnym w taki sposób, że siła grawitacji przestaje być odczuwalna. Jest to stan swobodnego spadku – obiekt porusza się ruchem przyspieszonym, ale z przyspieszeniem równym przyspieszeniu grawitacyjnemu. Wówczas wewnątrz tego obiektu spełniony będzie warunek wynikający z pierwszego prawa Newtona, mówiący o wystąpieniu braku przyspieszenia w układzie związanym z tym obiektem. Dla ścisłości dodajmy, że stosownie do dokładności pomiaru rozmiary owego obiektu muszą być odpowiednio ograniczone, aby pojawiające się siły bezwładności związane z rotacją bądź siły pływowe mogły być pominięte. W ten sposób można rozpatrywać układ inercjalny istniejący na pokładzie satelity orbitującego wokół Ziemi lub na pokładzie sondy międzyplanetarnej. Umieszczone na takim obiekcie czujniki zarówno przyspieszeń (akcelerometry), jak i kierunku (żyroskopy) będą w stanie mierzyć wpływ zewnętrznych sił niegrawitacyjnych oddziałujących na obiekt. Taką siłą zewnętrzną jest np. opór atmosfery przy niskich orbitach lub ciśnienie promieniowania słonecznego. Mogą też wystąpić siły spowodowane uruchomieniem silników danego obiektu, które wytrąca go ze stanu swobodnego spadku, ale efekt ten będzie mierzalny w wewnętrznym układzie inercjalnym obiektu.

Powstaje pytanie, jak powinien być zorientowany układ inercjalny wykorzystywany na takim obiekcie. Zgodnie z wcześniejszym sformułowaniem układy inercjalne, aby być jednoznaczne, nie mogą względem siebie rotować. W związku z tym najwygodniej jest przyjąć układ zorientowany analogicznie jak ITRF. W tym celu należy mieć jednak dodatkową informację o orientacji obiektu względem gwiazd, co może być zapewnione przez odpowiedni układ optyczny współdziałający z żyroskopami.

¹⁸ N. Ashby, *Relativity in the Global Positioning System*, „Living Reviews in Relativity” 2003, vol. 6, no. 1, [online:] <http://www.livingreviews.org/lrr-2003-1> [dostęp: 27.06.2017].

Istnienie układu inercjalnego w stanie swobodnego spadku rozpatrywane jest w teorii względności jako zasada równoważności sił grawitacyjnych i inercyjnych. Einstein przywoływał tu eksperyment myślowy ze spadającą swobodnie windą, wewnątrz której nie da się stwierdzić obecności grawitacji. Rozumowanie Einsteina skorygował Helmut Moritz¹⁹, zwracając uwagę na występowanie w polu grawitacyjnym gradientu, który może być zauważony wewnątrz windy jako efekt pływowy.

Zagadnienie układów inercjalnych w przestrzeni z polem grawitacyjnym jest fundamentalne w ogólnej teorii względności, jednakże przekracza to zakres niniejszego artykułu. Przystępną wiedzę na ten temat zawiera podręcznik *Geometry, Relativity, Geodesy*²⁰.

Układ inercjalny w systemach INS (ang. *Inertial Navigation System*)

Zintegrowane systemy inercjalne stosowane w nawigacji naziemnej jak też lotniczej zawierają zarówno akcelerometry, jak i żyroskopy. Montaż, na którym są umocowane, jest podstawą dla lokalnego układu współrzędnych związanego z obiektem. Ponieważ pracujemy zwykle z układem kartezjańskim, możemy założyć, że zarówno akcelerometry, jak i żyroskopy są sprowadzone do osi takiego lokalnego układu. Wynikiem, który ma nam dostarczyć system INS, jest na ogół pozycja w układzie związanym z Ziemią. Może to być układ, w którym opracowano mapę lub też określono pozycje naziemnych systemów kontrolnych. Niech to będzie układ $\mathbf{W}(w_x, w_y, w_z)$.

Jednakże dane, które zbiera system INS, pochodzą głównie z układu inercjalnego. W tym układzie mierzone są przyspieszenia oraz zmiany orientacji obiektu, którego nawigację prowadzimy. Jeżeli ten układ nazwiemy $\mathbf{X}$, to mierzone przyspieszenia – drugie pochodne względem czasu – oznaczmy $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$.

Zasada działania systemu INS polega na tym, że czujniki w postaci akcelerometrów mierzą w sposób ciągły przyspieszenia poruszającego się obiektu, a żyroskopy obserwują zmianę jego orientacji. Wychodząc od warunków początkowych w postaci danych o współrzędnych i prędkościach, możemy całkować po czasie zmierzone przyspieszenia, uzyskując pozycje i prędkości na bieżący moment. Jednakże trzeba pamiętać, że mierzony jest pełny wektor przyspieszenia, tzn. oprócz przyspieszenia związanego z ruchem, także przyspieszenie grawitacyjne oraz wynikające z rotacji. Rotacji podlega sam obiekt, ale też i układ współrzędnych związany z Ziemią obraca się wokół osi.

Podstawowym równaniem INS jest:

$$\ddot{\mathbf{W}} = \ddot{\mathbf{x}} \times \mathbf{S} + \mathbf{g} \quad (10)$$

gdzie:

$\ddot{\mathbf{W}}$ – przyspieszenie w układzie $\mathbf{W}$;

$\ddot{\mathbf{x}}$ – przyspieszenie w układzie inercjalnym;

$\mathbf{S}$ – macierz rotacji;

$\mathbf{g}$ – przyspieszenie grawitacyjne.

Macierz $\mathbf{S}$ jest złożoną macierzą transformacji między układem związanym z obiektem i układem ziemskim $\mathbf{W}$ a układem inercjalnym.

¹⁹ H. Moritz, B. Hofmann-Wellenhof, *Geometry, Relativity, Geodesy*, Wichmann, Karlsruhe 1993.

²⁰ Tamże.

Czytelnikom zainteresowanym bliżej teorią i zastosowaniem systemów INS polecam książki: *Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation*²¹ oraz *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*²².

Nawigacyjne systemy inercjalne być może najbardziej dobitnie i namacalnie pokazują szczególne znaczenie systemu inercjalnego, od którego nie daje się uciec przy analizowaniu i pomiarze ruchu.

Ta szczególność przejawia się również, gdy posługujemy się nowoczesnymi żyroskopami optycznymi, opartymi na wykorzystaniu efektu Sagnaca. Efekt ten polega na tym, że promień światła laserowego ułożony w rotującym dysku, rozdzielony półprzepuszczalnym zwierciadłem, przebywa drogę identyczną w obu kierunkach w układzie inercjalnym, ale różniącą się w układzie związanym z rotującym dyskiem.

Podsumowanie

Szczególne cechy układów inercjalnych stają się coraz bardziej istotne wraz ze wzrostem dokładności pomiarów, zwłaszcza gdy zachodzi potrzeba uwzględniania poprawek relatywistycznych. Pojawienie się teorii względności odmieniło pojmowanie pojęć przestrzeni i czasu, ale ten temat nie mógł być tu szerzej omówiony. Jednak trudno się oprzeć wrażeniu, że wprowadzone przez Newtona pojęcia absolutnej przestrzeni i absolutnego czasu mają bardzo głębokie fizyczne uzasadnienie i wraz z nowymi odkryciami astrofizyki i kosmologii przeżywają renesans. Dokonane niedawno zarejestrowanie fal grawitacyjnych jest tu dobrym przykładem, gdyż przestrzeń, w której rozchodzą się te fale, może być również rozpatrywana jako zawierająca układ inercjalny.

BIBLIOGRAFIA

Opracowania zwarte:

- Chatfield A., *Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation*, AIAA, Reston 1997, series: Progress in Astronautics and Aeronautics, no. 174.
- Ciufolini I., Wheeler J. A., *Gravitation and Inertia*, Princeton University Press, Princeton–New York 1995.
- Galilei Galileo, *Dialog o dwu najważniejszych układach świata: Ptolemeuszowym i Kopernikowym*, tłum. E. Ligocki przy współudziale K. Giustiniani-Kępińskiej, przedm. M. Brahmer, wyd. 2, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1962.
- Gluza J., Grzanka A., Pleban A., *Ku nowej definicji kilograma*, „Postępy Fizyki” 2007, t. 58, nr 3.
- Henriksen R. N., *Practical Relativity: from first principles to the theory of gravity*, Wiley, Hoboken 2011.
- Herman M. A., Kalestyński A., Widomski L., *Podstawy fizyki – dla kandydatów na wyższe uczelnie i studentów*, wyd. 9 – 4 dodr., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012.
- Holton G., Brush S. G., *Physics, the Human Adventure: from Copernicus to Einstein and beyond*, Rutgers University Press, New Brunswick 2001.
- Jekeli Ch., *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*, De Gruyter, Berlin–Boston 2001.

²¹ A. Chatfield, *Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation*, AIAA, Reston 1997, series: Progress in Astronautics and Aeronautics, no. 174.

²² Ch. Jekeli, *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*, De Gruyter, Berlin–Boston 2001.

- Lange L., *Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffes und ihr voraussichtliches Endergebniss: ein Beitrag zur historischen Kritik der mechanischen Principien*, Engelmann, Leipzig 1886.
- Mach E., *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, F. A. Brockhaus, Leipzig 1883.
- Moritz H., Hofmann-Wellenhof B., *Geometry, Relativity, Geodesy*, Wichmann, Karlsruhe 1993.
- Newell D. B., *A more fundamental International System of Units*, „Physics Today” 2014, vol. 67, no. 7.
- Overduin J., Everitt F., Worden P., Mester J., *STEP and fundamental physics*, „Classical and Quantum Gravity” 2012, vol. 29, no. 18.
- Pfister H., King M., *Inertia and Gravitation*, Springer, Cham 2015, series: Lecture Notes in Physics, no. 897.
- Rocznik Astronomiczny na rok 2016, red. J. Kryński, Instytut Geodezji i Kartografii, t. 71, Warszawa 2015.
- Sciama D. W., *On the Origin of Inertia*, „Monthly Notices of the Royal Astronomical Society” 1953, vol. 113, no. 1.
- Wróblewski A. K., *Historia fizyki – od czasów najdawniejszych do współczesności*, wyd. 1 – 1 dodr., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.

Źródła internetowe:

- Ashby N., *Relativity in the Global Positioning System*, „Living Reviews in Relativity” 2003, vol. 6, no. 1, [online:] <http://www.livingreviews.org/lrr-2003-1> [dostęp: 27.06.2017].
- IERS Convention (2010)*, eds. G. Petit, B. Luzum, „IERS Technical Note” 2010, no. 36, [online:] <https://www.iers.org/IERS/EN/Publications/TechnicalNotes/tn36.html?nn=94912> [dostęp: 27.06.2017].

Prof. Janusz B. ZIELIŃSKI, Ph.D. with habilitation, Eng.

THE SIGNIFICANCE OF INERTIAL NAVIGATION SYSTEMS IN NAVIGATION

Abstract

In modern navigational systems, no matter whether land or air navigation is referred to, satellite and inertial technologies are applied. The result of that is the development of integrated satellite-inertial systems. In the light of this statement, it is worthwhile to take a closer look at and analyze basic physical concepts such as inertia and inertial system. It seems that, despite being apparently basic and thus used extensively, they are still the subject of research and discussion. Although in GNSS systems and inertial measurement systems, inertial reference systems are used, their definition is still the subject of a discussion and an inspiration to theoretical physics research.

Keywords: inertia, reference system, satellite navigation, inertial navigation

**RECENZJE
SPRAWOZDANIA
KOMUNIKATY**